

## SIMULAÇÃO COM OTIMIZAÇÃO: UMA APLICAÇÃO PARA O DIMENSIONAMENTO DE CENTRAIS DE ATENDIMENTO

Ozéas dos Santos Leite\*

João José de Assis Rangel\*\*

**RESUMO:** Este trabalho apresenta um modelo de simulação com otimização para a análise do processo de atendimento de chamadas telefônicas em uma central de atendimento. Até pouco tempo atrás, na prática a simulação e a otimização eram mantidas de forma separada. Hoje em dia essa integração tem se propagado, devido ao fato de que alguns pacotes de simulação incluem rotinas de otimização. Os resultados obtidos com o modelo de simulação com otimização proposto foram comparados com os resultados equivalentes em uma calculadora *Erlang*. E, os mesmos apresentaram-se parecidos quando calculado o número de operadores para atendimento. Assim, foi possível demonstrar a possibilidade de se poder determinar, com o modelo, à quantidade de atendentes necessários para cada hora de atendimento em um nível de serviço desejado para a central de atendimento.

**Palavras-chave:** Simulação. Otimização. Centrais de Atendimento

### 1 INTRODUÇÃO

O objetivo deste trabalho é apresentar um modelo de simulação com otimização para a análise do processo de atendimento de chamadas telefônicas em uma central de atendimento. Nos últimos anos, o gerenciamento de centrais de atendimento tem se tornado uma tarefa que cada vez mais requer especialização, pois é necessário gerenciar pessoas, serviços e qualidade em um ambiente que é altamente competitivo e com tecnologias avançadas.

Bouzada (2009) comenta que o emprego da simulação é indicado para modelar de maneira bastante clara a aleatoriedade da chegada das chamadas e dos tempos de atendimento. Diz ainda, que permite aos gerentes e analistas traduzirem dados brutos em informações mensuráveis de nível de serviço, abandono de clientes, utilização de força de trabalho, custos, etc. Ressalta também que o modelo permite avaliar previsão de chamadas, tempo de atendimento, horários e habilidades de agentes, roteamento de chamadas, etc.

\* Mestre em Pesquisa Operacional e Inteligência Computacional (UCAM-Campos), Instituto Federal Fluminense (IFF), [ozeas@iff.edu.br](mailto:ozeas@iff.edu.br)

\*\* Doutor em Engenharia e Ciência dos Materiais (UENF), Universidade Candido Mendes (UCAM-Campos), [joao@ucam-campos.br](mailto:joao@ucam-campos.br)

Segundo Cheng, Feng e Hsu (2006), duas formas podem ser usadas a fim de aplicar a Simulação como ferramenta de avaliação e melhoria do desempenho de um processo. Uma delas é selecionar todas as configurações de recursos disponíveis e então executar a simulação para cada uma delas, analisando os resultados encontrados. Porém, este processo pode consumir muito tempo. Outra forma de avaliação consiste em testar algumas combinações de recursos, com base em algum critério de seleção, com a finalidade de otimizar o desempenho do processo avaliado. Desta forma, utiliza-se a otimização combinada à simulação, como um processo que testa várias combinações com diferentes valores para as variáveis controláveis, na tentativa de buscar uma solução ótima (HARREL et al. 2000).

Segundo Fu (2002), até pouco tempo atrás, na prática a simulação e a otimização eram mantidas de forma separada. Hoje em dia essa integração tem se difundido bastante, devido ao fato de alguns pacotes de simulação incluem rotinas de otimização. A combinação da otimização e simulação deu origem ao termo *Simulation Optimization* (CHWIF; MEDINA, 2006), que neste trabalho é chamado de Simulação com Otimização. A simulação com otimização se mostra indicada para abordar sistemas envolvendo centrais de atendimento. Tal fato se justifica, pois o que normalmente se deseja é obter o número ideal de atendentes, mantendo um nível de serviço desejado.

As próximas seções estão organizadas da seguinte forma. A seção 2 a seguir apresenta alguns aspectos relacionados à combinação da simulação com a otimização. Já a seção 3 apresenta o sistema que será objeto de análise neste trabalho e a seção 4 descreve o modelo conceitual do sistema que será traduzido para o software de simulação Arena. Nas seções 5 e 6 são apresentados o projeto dos experimentos simulados e o modelo para otimização da simulação, respectivamente. Na seção 7 são apresentados os resultados obtidos no trabalho com a discussão relativa aos mesmos e, por último, na seção 8 as conclusões do artigo.

## **2 ASPECTOS DA SIMULAÇÃO COM OTIMIZAÇÃO**

Azadivar (1992), afirma que um problema de Simulação com Otimização é um problema de otimização onde a função objetivo, as restrições ou ambas são respostas que somente podem ser avaliadas pela simulação computacional. A Figura 1 apresenta a lógica de funcionamento do processo de simulação com otimização.

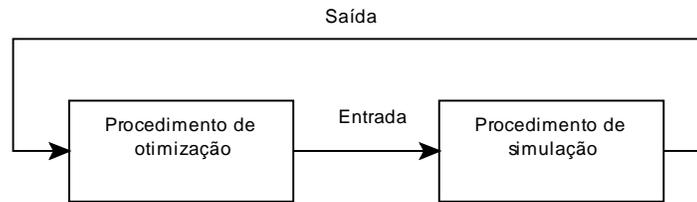


Figura 1 – Lógica de funcionamento do processo de simulação com otimização  
 Fonte: Pessoa (2010)

Fu (2001) apresenta alguns exemplos de aplicações da simulação e otimização são:

1. Sistemas de manufatura: Onde, por exemplo, pode-se ter um modelo de simulação de uma fábrica de semicondutores e pretender-se maximizar a produtividade.
2. Cadeias de suprimento. Numa certa cadeia de suprimentos de fabricação de PCs, pode-se simular o sistema a fim de observar o sistema com o intuito de reduzir os estoques totais e aumentar o nível de serviço do cliente.
3. Centrais de atendimento (*call centers*). Analisando um modelo de simulação de uma central de atendimento, pode-se observar como esta pode ser operada a fim de minimizar os custos do sistema e aumentar o nível de Serviço do cliente.

### 3 DESCRIÇÃO DO SISTEMA

O estudo de caso realizado neste trabalho se fundamenta em uma empresa, aqui denominada empresa XYZ, já que seu nome deve ser omitido por questões de sigilo. Esta empresa atua no setor de serviço, sendo contratada para operar uma central de atendimento que presta serviços de tecnologia da informação para uma grande companhia brasileira.

O processo de atendimento das chamadas ocorre por meio das seguintes etapas, conforme descrito na Figura 2. Onde o sistema funciona como descrito nas etapas a seguir:

- 1- O atendimento das chamadas se inicia quando um cliente realiza uma ligação.
- 2- Esta ligação é posta a esperar numa fila.
- 3- Caso haja um atendente livre a chamada é encaminhada para o atendimento.
- 4- Se não houver atendente livre, o cliente espera na fila até que um operador desocupe e realize o atendimento. Este cliente pode ainda abandonar o sistema e desistir da chamada enquanto espera, caso o tempo de espera na fila seja maior do que aquele que ele está disposto a esperar.
- 5- Após o atendimento a chamada é encerrada e o atendente é liberado.

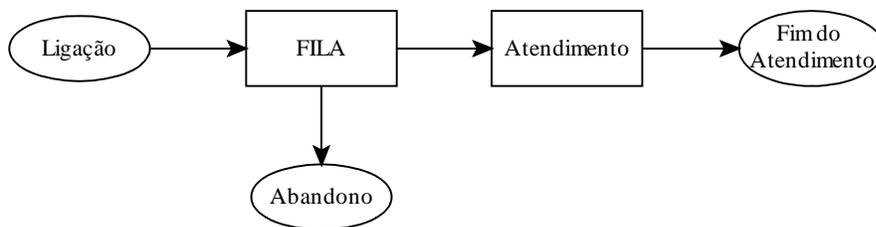


Figura 2 – Processo da Central de Atendimento  
 Fonte: Elaborado pelo autor

O processo de atendimento das chamadas gera relatórios com dados para que sejam realizadas medidas de desempenho neste processo. A Tabela 1 mostra a estrutura dos dados da oitava hora de um dia de funcionamento deste sistema.

Tabela 1 – Dados parciais extraídos do sistema real

Data	Hora	Recebidas (um)	Abandonos (um)	Atendidas (um)	Fila (um)	TMA (s)	TMAB (s)	TME (s)	NS (%)	Operadores (um)
26/abr	8:00	117	26	90	114	631	106	112	7,83	75
	8:15	139	41	95	136	631	139	173	1,47	76
	8:30	136	59	72	131	702	181	254	0	77
	8:45	129	57	68	125	822	141	241	0	78
	9:00	168	85	75	160	680	151	245	0	78

Fonte: Empresa XYZ (2011)

Foram analisados os dados da operação do sistema entre os dias 26/04/2011 a 25/05/2011, durante as 24 horas de cada um dos dias em períodos de 15 minutos.

Os dados do relatório são explicados no Quadro 1.

Quadro 1 – Descrição da Tabela1

Parâmetro	Descrição
Recebidas	Chamadas recebidas pela central de atendimento.
Abandonos	Quantidade de chamadas que esperaram na fila um tempo maior do que aquele que estavam dispostos a esperar e conseqüentemente abandonam a fila.
Atendidas	Indica a quantidade de chamadas atendidas pelo sistema.
Fila	Indica a quantidade de chamadas que esperaram algum tempo na fila.
TMA	É a representação do tempo médio de atendimento das chamadas.
TMAB	Indicação do tempo médio que as chamadas ficaram na fila antes de abandonar o sistema.
TME	Representa o tempo médio que as chamadas esperaram na fila antes de serem atendidas.
NS	O nível de serviço representa o percentual de chamadas que esperaram na fila um tempo menor que o tempo estipulado pelo administrador do sistema. Neste caso este tempo é de 30 segundos e o percentual deve ser superior a 95%.
Operadores	Indica a quantidade de operadores disponíveis para atender as chamadas recebidas.

Fonte: Elaborado pelo autor

Na Tabela 2 apresentam-se os valores médios dos parâmetros do sistema para um período de quatro horas entre os dias 26/04/2011 a 25/05/2011, sendo excluídos os finais de semana e feriados pelo fato de serem dias de menor movimento.

Tabela 2 – Dados médios do Sistema real

Período (h)	Recebidas (um)	Abandonos (um)	Atendidas (um)	Fila (um)	TMA (s)	TMAB (s)	NS (%)	Operadores (um)
8-9	362	41	312	156	792	38	68	75
9-10	336	47	282	208	826	49	51	70
10-11	302	50	244	174	764	59	53	57
11-12	154	11	139	63	708	27	77	40

Fonte: Elaborado pelo autor

Durante o período entre 8 e 9 horas foram recebidas em média 362 chamadas destas 312 foram atendidas com tempo médio de 792 segundos, ocorreram ainda 41 abandonos após esperar em média 38 segundos. Durante esta hora 156 chamadas passaram pela fila, 75 operadores em média foram utilizados e ainda pode-se observar que neste período o nível de serviço foi de 68 %. Já entre 9 e 10 horas foram recebidas em média 336 chamadas destas 282 foram atendidas com tempo médio de 826 segundos.

Neste período ocorreram ainda 47 abandonos após esperar em média 47 segundos, 208 chamadas passaram pela fila, 70 operadores em média foram utilizados e ainda pode-se observar que neste período o nível de serviço foi de 51 %. Enquanto que para o período de 10 às 11 horas foram recebidas em média 302 chamadas destas 244 foram atendidas com tempo médio de 764 segundos, ocorrendo 50 abandonos após esperar em média 59 segundos. Nesta hora 174 chamadas passaram pela fila, 57 operadores em média foram utilizados e ainda neste período o nível de serviço foi de 53 % em média.

Pode-se observar na Tabela 2 que o período entre 11 e 12 horas é onde se tem um nível de serviço de 77 %. Este foi o maior nível de serviço no período estudo devido ao fato da quantidade de chamadas recebidas ser menor que nos outros períodos, o tempo de atendimento foi de 708 segundos. Neste período ocorreram 11 abandonos após esperar em média 27 segundos, e 63 chamadas passaram pela fila. Foram utilizados ainda 40 operadores que atenderam a 139 chamadas.

#### 4 MODELO DE SIMULAÇÃO

O modelo de simulação do sistema foi desenvolvido pela metodologia proposta por Freitas Filho (2008), com os seguintes passos: formulação e análise do problema;

planejamento do projeto; formulação do modelo conceitual; coleta de macro informações e dados; tradução do modelo; verificação e validação; projeto experimental; experimentação; interpretação e análise estatísticas dos resultados. O modelo foi construído considerando um período de tempo pré-estabelecido para o início e término das operações, definindo assim, o modelo como um sistema terminal (CARSON, 2004). Durante a verificação e validação do modelo foi seguida a orientação metodológica proposta por Sargent (2009).

Foram construídos quatro modelos de simulação sendo um para cada hora de atendimento do período entre 8h e 12h. Este é o período do dia onde ocorre a maior quantidade de chamadas recebidas pela central de atendimento. Esta premissa possibilitou a execução da otimização dos modelos em cada horário de funcionamento.

O Gráfico 1 apresenta a quantidade média de chegadas para um dia de operação do sistema em intervalos de 15 minutos. Esta taxa foi calculada a partir de um relatório de 30 dias de atendimento, sendo excluídos os finais de semana e feriados pelo fato de serem dias de menor movimento.

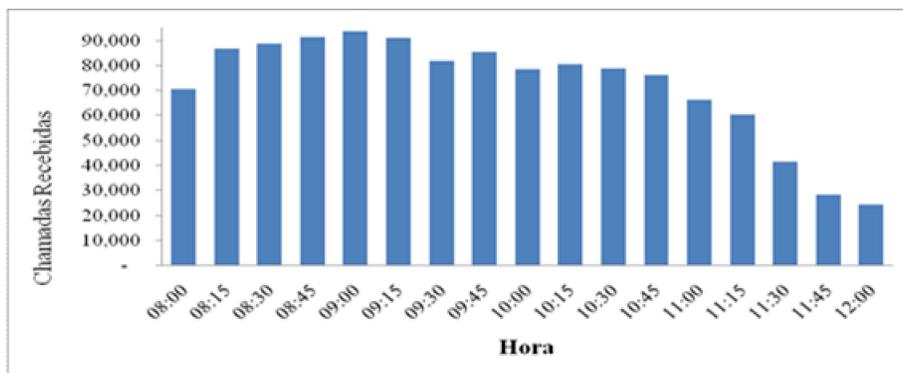


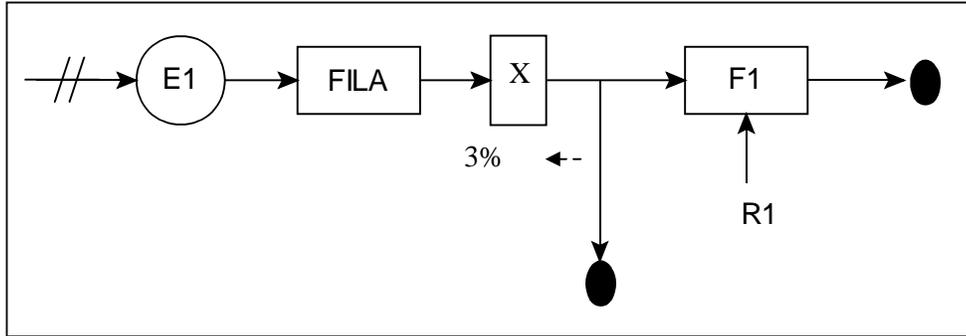
Gráfico 1 – Quantidade chamadas recebidas  
Fonte: Elaborado pelo autor

Foram utilizadas funções de distribuição de probabilidades para modelar o tempo de atendimento. Esta premissa foi adotada considerando que os dados do presente modelo foram tratados a partir das amostras coletadas dos tempos de atendimento de cada período de 15 minutos durante cada uma das 4 horas de simulação, onde os mesmos foram analisados e gerados pelo *Input Analyzer* do *Arena*® 12.

A quantidade de operadores foi calculada a partir da média de operadores utilizados em cada período de 15 minutos nas 4 horas de simulação. O percentual de abandonos, que representa o percentual de chamadas que deixaram a fila após esperar algum tempo e antes de

serem atendidas, foi calculado a partir da média de abandonos em função do total de chamadas recebidas em cada período de 15 minutos nas 4 horas de simulação.

Foi criado um modelo conceitual utilizando a técnica IDEF-SIM (MONTEVECHI, 2010), para descrição do respectivo sistema, conforme pode ser visto na Figura 3, onde se tem representado o modelo da central de atendimento.



Símbolo	Legenda	Parâmetro	
E1	Entidade: Chegada das chamadas (entradas)	Expressão: Quantidade de chamadas recebidas – Gráfico 1 (1 chamada por vez).	
F1	Atendimento	Primeira hora	Triangular (600, 844, 1000) [s] 1 Operador por chamada
		Segunda hora	Normal (833, 134) [s] 1 Operador por chamada
		Terceira hora	Triangular (690, 830, 893) [s] 1 Operador por chamada
		Quarta hora	$640+296*\text{Beta}(2.95, 2.25)$ [s] 1 Operador por chamada
R1	Recurso: Operadores	Primeira hora	75 Operadores
		Segunda hora	70 Operadores
		Terceira hora	57 Operadores
		Quarta hora	40 Operadores

Figura 3 – Modelo conceitual com legenda

Fonte: Elaborada pelo Autor

A representação do modelo conceitual do sistema assim como as informações referentes às regras operacionais e aos tempos dos processos foi elaborada a partir da Tabela 1. O modelo conceitual do sistema foi desenvolvido pelo software Arena®12 para realização das simulações computacionais (KELTON; SADOWSKI; STURROCK, 2007).

O método de validação empregado neste trabalho é comparação dos resultados do sistema real com os resultados do modelo alimentado com dados históricos observados no sistema real, como proposto por Freitas Filho (2008). Para tal comparação, foi realizado o

teste estatístico de comparação entre médias, teste *t – Student*, ao nível de 95% de significância. Inicialmente foram colhidas informações do sistema real por meio de relatórios expedidos pelo próprio sistema. Para realização do teste foram utilizados os valores médios das chamadas que esperaram na fila em intervalos de 15 minutos durante 4 horas seguidas de atendimento. Os dados do modelo de simulação foram colhidos por meio de relatórios gerados a cada intervalo de 15 minutos de atendimento durante as mesmas 4 horas observadas no sistema real. A Tabela 3 apresenta os resultados da análise realizada por meio do software SAEG versão 9.1.

Tabela 3 – Teste t para diferença entre as médias das chamadas que ficaram na fila

Período (h)	Fila (un.)		Erro Padrão (%)		Probabilidade
	Sim	Real	Sim	Real	Sim X Real
1	31,5	39	9,2961	10,6301	0,6144
2	53	52	16,3554	4,0208	0,9546
3	36,75	43,5	10,8503	1,3229	0,5596
4	15	15,75	8,7845	9,5514	0,9558

Fonte: Elaborado pelo autor

Observando a Tabela 3 pode-se verificar que a probabilidade dos valores médios analisados serem iguais em todas às quatro horas foi maior que 5%, indicando que ao nível de 95 % de significância não existe diferença expressiva entre as médias. Assim baseado neste teste, pode-se aceitar que para fins deste estudo o modelo de simulação computacional desenvolvido é uma boa representação do sistema real.

O tempo de duração de cada replicação foi de aproximadamente 2 segundos. A simulação de cada hora de atendimento consistiu em 5 replicações. Foram simuladas 4 horas de atendimento totalizando 40 segundos de simulação.

O modelo foi processado com a seguinte configuração de Hardware: Processador: *Dual* 1.60 GHZ e 2 GB de memória RAM.

## 5 EXPERIMENTOS SIMULADOS

Para a experimentação dos resultados obtidos com a simulação foi utilizada estratégia de experimentação do tipo projeto fatorial  $2^k$ . Que é descrita em detalhes em Freitas Filho (2008), onde se altera um dos dois níveis de um fator (k) por vez, mantendo-se os demais fixos. A ideia é iniciar os experimentos com uma configuração típica (a mesma utilizada na

validação do modelo) para todos os fatores e depois alterarem-se os níveis de um fator de cada vez nos experimentos sucessivos. Deve-se ainda observar os resultados obtidos nas variáveis respostas selecionadas.

Um dos objetivos deste trabalho foi calcular o nível de serviço, e outros elementos relacionados ao funcionamento da central de atendimento. Para uma mesma quantidade de chamadas recebidas, os fatores que influenciam diretamente nestes cálculos são o tempo de atendimento e a quantidade de atendentes disponíveis para o encaminhamento destas chamadas. Por isso os fatores escolhidos são os indicados na Tabela 4.

Tabela 4 – Fatores e Níveis

<b>Fatores</b>	<b>Nível 1</b>	<b>Nível 2</b>
Número de operadores (um)	75	100
Tempo de atendimento (s)	Triangular (600, 844, 1000)	Triangular (600, 844, 1000) *0.67

Fonte: Elaborado pelo autor

O nível um representa a situação atual do sistema, ou seja, os valores utilizados para validação do modelo. Enquanto que o nível dois representa valores propostos para o modelo com um aumento de 33% para o número de operadores e diminuição na mesma proporção para o tempo de atendimento. A experimentação foi realizada apenas para primeira hora, pois nas demais horas o comportamento do sistema se repete.

Na Tabela 5 tem-se descritos os cenários que foram utilizados nas simulações computacionais com 2 fatores e dois níveis para cada um desses fatores, resultando em um total de 4 cenários (ou seja, 2<sup>2</sup>).

Tabela 5 – Descrição dos cenários simulados

<b>Cenários</b>	<b>Número de atendentes</b>	<b>Tempo de atendimento</b>
<b>1</b>	Nível 1	Nível 1
<b>2</b>	Nível 1	Nível 2
<b>3</b>	Nível 2	Nível 1
<b>4</b>	Nível 2	Nível 2

Fonte: Elaborado pelo autor

O cenário um representa a situação inicial do sistema real, enquanto que os cenários dois, três e quatro, são propostas de alterações no número de atendentes e no tempo de atendimento.

Os resultados obtidos para cada cenário durante a simulação estão apresentados na Tabela 6, onde podem ser observados os valores das variáveis respostas para cada cenário.

Tabela 6 – Resultados obtidos em cada cenário

Cenário	Tempo de espera (s)	Quantidade de abandonos (um)	Nível de serviço (%)	Quantidade na fila (um)
1	14	40	70,38	125
2	0.9	2	100	3
3	0.1	2	99.91	4
4	0	0	100	0

Fonte: Elaborado pelo autor

Analisando a Tabela 6, pode-se observar que aumentando o número de atendentes ou diminuindo o tempo de atendimento, a variável de resposta Nível de serviço (NS) aumenta. Por sua vez, as variáveis de respostas tempo de espera, quantidade de abandonos e quantidade na fila apresentam valores menores, o que provoca uma melhoria no desempenho do sistema. Como o cenário 1 representa a situação inicial do sistema apresentada pelo modelo de simulação, para promover melhorias no desempenho deste sistema pode-se tanto aumentar o número de atendentes, quanto reduzir o tempo de atendimento.

## 6 OTIMIZAÇÃO DO MODELO DE SIMULAÇÃO

Por meio do modelo de simulação é possível estipular a quantidade de recursos ideais para se atender a determinadas exigências. Se desejasse variar esses valores de forma manual, gerando cenários diversos, teria um grande custo de tempo para analisar todas as possibilidades, o que provavelmente seria inviável. Dessa forma utilizou-se o software *OptQuest*® para analisar a melhor configuração de acordo com os critérios estabelecidos. As restrições são apresentadas impostas pelo modelo abaixo.

Um total 95% das chamadas devem ser atendidas em até 30s de espera na fila (Nível de Serviço). O número de posições de atendimento disponíveis é 100, o que limita a quantidade de atendentes em 100.

O principal objetivo da central de atendimento em questão é manter um nível desejado de serviço, ou seja, garantir que 95% das chamadas sejam atendidas com no máximo 30s de espera na fila atendimento. A variável que representa esse nível no modelo é a variável NS (nível de serviço), que representa o percentual de chamadas que esperaram menos de 30s na fila, sendo assim o modelo de otimização utilizado neste trabalho é (Equação 1):

$$\text{Minimização: } Z = \text{NS} \quad \text{Equação (1)}$$

S.a:

$95 \leq NS \leq 96$

Atendentes  $\leq 100$

## 7 RESULTADOS E DISCUSSÃO

O modelo de otimização apresentado anteriormente foi aplicado ao modelo de simulação em cada uma das 4 horas de atendimento modeladas, sendo realizadas 100 simulações com cinco replicações cada.

A Tabela 7 mostra os resultados obtidos após a otimização das 4 horas de atendimento.

Tabela 7 – Resultados da otimização

Parâmetro	Primeira hora	Segunda hora	Terceira hora	Quarta hora
Chamadas recebidas (um)	367	342	311	159
Operadores (um)	92	92	81	57
Atendimentos (um)	359	338	291	158
Abandonos (um)	8	4	10	1
Fila( um)	24	22	40	11
Nível de serviço (%)	96	96	96	95

Fonte: Elaborado pelo Autor

Conforme pode-se observar na tabela 7, após a otimização do modelo de simulação da central de atendimento, para se obter o objetivo de atingir um nível de serviço  $\geq 95\%$  em cada uma das quatro horas de operação do sistema simuladas são necessários respectivamente 92, 92, 81 e 57 atendentes respectivamente. Com estas quantidades de operadores são realizados 359 atendimentos na primeira hora, 338 na segunda, 291 na terceira e 158 na quarta hora. Para o total de chamadas recebidas que são 367, 342, 311 e 159 respectivamente tem-se oito abandonos na primeira hora, quatro na segunda hora, 10 na terceira hora e um abandono na quarta hora. Observa-se ainda que na primeira hora de atendimento 24 chamadas ficam na fila, enquanto que na segunda, terceira e quarta horas 22, 40 e 11 chamadas respectivamente esperam na fila antes de serem atendidas.

Na Tabela 8 tem-se uma comparação dos resultados da otimização do sistema com o sistema real, para as quatro horas de atendimento que foram simuladas. A relação otim/real representa as diferenças percentuais, entre o resultado obtido pela simulação/otimização e o

resultado extraído do sistema real. Todas as diferenças representam melhorias para o sistema, pois são realizados mais atendimentos, existem menos abandonos de chamadas, uma menor quantidade de chamadas, passam pela fila e com um tempo de espera na fila menor, e um nível de serviço maior ao final de cada período. Isso ocorre provavelmente devido à obtenção do número ideal de operadores para atender a um nível de serviço mínimo de 95 %.

Observados os resultados apresentados na Tabela 8, verifica-se a discrepância entre os valores da simulação com otimização em relação ao sistema real. Analisando a primeira hora pode-se observar que para se ter um nível de serviço maior que 95% deve-se utilizar 92 operadores. Assim ocorrerá uma diminuição de 84,62% da fila e 80,49% do número de abandonos, e ainda uma redução de 88,09 % no tempo de espera na fila.

Tabela 8 – Otim x Sistema real

Parâmetros	Primeira hora			Segunda hora			Terceira hora			Quarta hora		
	sim/otim	Real	otim/real (%)	sim/otim	Real	otim/real (%)	sim/otim	Real	otim/real (%)	sim/otim	Real	otim/real (%)
Recebidas (um)	367	362	1,38	342	336	1,79	311	302	2,98	159	154	3,25
Atendimentos (um)	359	312	15,06	338	282	19,86	291	244	19,26	158	139	13,67
Abandonos (um)	8	41	80,49	4	47	91,49	10	50	80,00	1	11	90,91
Fila (um)	24	156	84,62	22	208	89,42	40	174	77,01	11	63	82,54
Nível de Serviço (%)	96,87	72	34,54	96	61	57,38	96	53	81,70	95	82	23,44
Operadores (um)	92	75	22,67	92	70	31,43	81	57	42,11	57	40	42,50
Tempo Médio de Espera (s)	5,60	47	88,09	27	67	59,70	14	79	82,17	3	13	73,67

Fonte: Elaborado pelo autor

Com o objetivo de realizar comparações entre os resultados obtidos foi utilizada ainda a calculadora *Erlang* para determinar o número de atendentes e o tempo médio de espera das chamadas na fila (TME). Esta calculadora realiza os cálculos para 4 horas de atendimento. Deve-se inserir o tempo de duração média das chamadas que foi 792 segundos, o tempo de pós atendimento em média foi de um segundo e o nível de serviço desejado foi de 95% das chamadas sendo atendidas em até 30 segundos, e com uma ocupação dos troncos de 0,02 que serão utilizados para todas às 4 horas de atendimento. A quantidade de ligações é inserida de forma individual para cada uma das horas de atendimento, na primeira hora foram 362 conforme pode ser visto na Figura 4.

Calculadora Erlang C Plus					
Objetivos e Dados					
Duração da Ligação em Média (s)		792			
Tempo de Pós Atendimento em Média (s)		1			
Nível de Serviço		95		% atendidas em	
		30		segundos	
Percentual de Ocupação dos Troncos		0.02			
Ligações e Resultados de hora em hora (Entre com o número de ligações e clique hora da caixa)					
Hora	Ligações	Tempo Médio de Espera	Atendentes	Troncos	Workload (Erlangs)
Hora 1	362	5	94	92	79.64
Hora 2					
Hora 3					
Hora 4					
Resultados					
Hora de Pico			Hora 1		
<b>Máximo de Atendentes Necessários</b>			94		
Número de Troncos Necessários			92		
<input type="button" value="Calcular"/>					

Figura 4 – Calculadora de Erlang  
 Fonte: www.erlang.com.br

Dentre os parâmetros apresentados no relatório do sistema real, a calculadora de Erlang considera apenas o número de operadores descrito na Figura 4 como 94 atendentes e o tempo médio de espera que foi de 5 segundos, como pode ser observado na Figura 4. Por esse motivo a comparação entre o sistema real, modelo de simulação e calculadora de Erlang, foi realizada apenas entre esses dois parâmetros. A Tabela 9 mostra as comparações realizadas para número de operadores. A calculadora de Erlang apresenta ainda como resultados o número de troncos que neste caso foram 92 e o tráfego telefônico em Erlang.

Tabela 9 – Operadores (Real x Sim x Erlang)

Período (h)	Real (um.)	Sim/Otim (um.)	Erlang (um)	Diferença	Diferença	Diferença
				relativa Real X Sim/otim (%)	relativa Real X Erlang (%)	relativa Sim/otim X Erlang (%)
1	75	92	94	22	25	2,17
2	70	92	92	31	31	0
3	57	81	77	42	35	4,93
4	40	57	40	42	0	29

Fonte: Elaborado pelo autor (2011)

Pode ser observado na Tabela 9, que os resultados para o número necessário de operadores que atenda a demanda do sistema para o nível de serviço de 95%, divergem pouco quando comparados os modelos de simulação com otimização e Erlang para as três primeiras horas, já na quarta hora, a diferença é considerável. Pode ser observado ainda que o modelo Erlang, apresenta o mesmo valor do sistema real nesta hora. Porém, o sistema real com 40 operadores apresenta um nível de serviço de 77% conforme observa-se na Tabela 2, enquanto que a calculadora de Erlang foi programada para determinar o número de atendentes para

atender as chamadas recebidas com um nível de serviço de 95%. Ao fazer uma análise da comparação entre os resultados da simulação com otimização e a calculadora de *Erlang* com o sistema real, observa-se uma discrepância considerável entre os valores apresentados. As diferenças apresentadas provavelmente ocorrem pelo fato de que o sistema real não opere no ponto ótimo, enquanto que a calculadora de *Erlang* propõe calcular o número de atendentes ideais para um nível de serviço determinado. O modelo de simulação por sua vez ao ser otimizado convergiu para o ponto ótimo, indicando assim o número de operadores necessários para realizar o atendimento das recebidas, mantendo um nível de serviço desejado.

A Tabela 10 mostra as comparações realizadas para o tempo médio de espera das chamadas na fila.

Tabela 10 – TME (Real x Sim x *Erlang*)

Período (h)	Real (s)	Sim/Otim (s)	<i>Erlang</i> (s)	Diferença Relativa Real X Sim/otim (%)	Diferença relativa Real X <i>Erlang</i> (%)	Diferença relativa Sim/otim X <i>Erlang</i> (%)
1	47	0,9	5	98	89	4,5
2	67	27	5	59	92	81
3	79	14	4	82	94	71
4	13	3,37	5	74	61	1,88

Fonte: Elaborado pelo Autor (2001)

Ao observar a Tabela 10, pode-se notar as comparações realizadas entre o modelo de simulação com otimização e o sistema real e entre a calculadora de *Erlang* e o sistema real. Observa-se também a comparação entre o modelo de *Erlang* e a simulação com otimização. Por meio dessas comparações analise-se que tanto a simulação com otimização como as fórmulas de *Erlang* apresentam diferenças relativas consideráveis quando comparados com o sistema real. As diferenças apresentadas provavelmente ocorrem pelo fato de que o sistema real não opere no ponto ótimo, enquanto que a calculadora de *Erlang* propõe calcular o tempo de espera das chamadas na fila um nível de serviço determinado. O modelo de simulação por sua vez ao ser otimizado pelo convergiu para o ponto ótimo, indicando assim o tempo de espera das chamadas para realizar o atendimento das chamadas recebidas, mantendo um nível de serviço desejado.

A comparação realizada entre o tempo médio de espera na fila calculado por meio da calculadora de *Erlang* e a simulação com otimização apresenta diferenças relativas consideráveis. Essas diferenças provavelmente ocorrem pelo fato de que a calculadora de *Erlang* funciona com um mesmo tempo para todo o período de atendimento, enquanto que na

simulação com otimização esse tempo é modelado com uma função matemática que varia seus valores com tempo.

## **8 CONCLUSÃO**

Este trabalho apresentou um Modelo de Simulação com Otimização, para a análise do processo de atendimento de chamadas telefônicas em uma central de atendimento. Por meio da análise realizada pelo Teste *t Student*, foi possível verificar que o modelo de simulação computacional desenvolvido representou de forma satisfatória o sistema real.

Os resultados obtidos com o modelo de simulação com otimização mostraram que o referido modelo pode ser capaz de determinar as condições ótimas para operação do sistema abordado. Foi possível determinar assim a quantidade de atendentes necessários para cada hora de operação do sistema simulado, de forma a se manter um nível de serviço desejado.

Tanto a calculadora de *Erlang* quanto o modelo de simulação com otimização apresentaram valores diferentes dos valores do sistema real. O modelo de simulação com otimização e a calculadora de *Erlang* apresentaram resultados mais próximos, quando calculado o número de operadores. Outras comparações não puderam ser realizadas já que a calculadora de *Erlang* apresenta como resultados apenas o número de operadores e o tempo médio de atendimento.

Espera-se que a aplicação dos resultados apresentados possa proporcionar uma melhoria no desempenho de funcionamento do sistema abordado.

## **AGRADECIMENTOS**

Os autores gostariam de agradecer ao Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico - CNPq e à Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado do Rio de Janeiro - FAPERJ pelo suporte financeiro para esta pesquisa. Gostariam de agradecer ainda à T&T Automação e Sistemas Industriais Ltda. pelo fornecimento dos recursos necessários para a simulação do modelo.

## **SIMULATION OPTIMIZATION: AN APPLICATION TO THE SIZING OF CALL CENTER**

**ABSTRACT:** This paper presents a simulation model with optimization for the analysis of the process of answering phone calls in a call center. Not so long ago, in practice, simulation

and optimization were kept separately. Nowadays, this integration has spread as the fact that some simulation packages incorporate optimization routines. The results obtained with the simulation model with proposed optimization were compared to equivalent results in an Erlang calculator. The same results are showed similar when calculated the number of operators for answering. Thus, it was possible to demonstrate the possibility of being able to determine, through the model, the number of attendants required for each hour of attendance at a desired level of service for the call center.

**Keywords:** Simulation. Optimization. Call Center

## REFERÊNCIAS

AZADIVAR, F. A Tutorial on Simulation Optimization. **In:** Proc. of. Winter Simulation Conference, p.198-204, 1992.

BOUZADA, M.A.C. Scenario Analysis within a Call Center Using Simulation – The Flagship Research Journal of **International Conference of the Production and Operations Management Society**, v. 2, n. 1 January – June, 2009.

CHENG, T.; FENG, C.; HSU, M. An integrated modeling mechanism for optimizing the simulation model of the construction operation. **Automation in Construction**, v.15, p. 327–340, 2006.

CHWIF, L.; MEDINA, A.C. **Modelagem e simulação de eventos discretos: teoria e aplicações**. São Paulo: Ed. dos Autores, 254p, 2006.

em Arena. 2. ed. Florianópolis: Visual Book, 2008, 372p.

FREITAS FILHO, P. J. **Introdução à modelagem e simulação de sistemas: com aplicações**  
FU, M. C., Simulation Optimization. **In:** Winter Simulation Conference, p. 53- 61, 2001.

FU, Mc. Optimization for Simulation: Theory vs. Praticce. **Journal Computing**, Maryland, v. 14, n. 3, p.192-215, 2002.

HARREL, Charles R.; GHOSH, Biman K.; BOWDEN, Royce. **Simulation Using ProModel®**. McGraw-Hill, 2000.

KELTON, W. D., SADOWSKI, R. P., STURROCK, D. T. **Simulation with Arena**. Forth Edition, New York; McGraw-Hill, 2007.

MONTEVECHI, J.A.B.; Leal, F Pinho, A.F. de; COSTA R.F.S; OLIVEIRA M.L.M; SILVA.A.L.F Conceptual modeling in simulation projects by mean adapted idef: an application in a Brazilian tech company. **In:** Winter Simulation Conference, Washington, DC, USA, p 1624- 1635, 2010.

PESSOA, T.B.M.; MIRANDA, G. B.; LIMA, L. S.; MARUJO, L.G. Conceitos sob integração entre modelos de simulação e otimização. **In:** Anais do XXX Encontro Nacional de Engenharia de Produção, São Carlos, SP, 2010.

SARGENT, R. G. Verification and Validation of Simulation Models. **In:** Winter Simulation Conference, Austin, TX, USA. p. 162-176, 2009.

Originais recebidos em: 11/11/2011

Aceito para publicação em: 18/08/2012