

## **METODOLOGIA PARA CÁLCULO DO DIÂMETRO E DO COMPRIMENTO DE BOBINA DE PAPEL AUTO-ADESIVO**

### **METHODOLOGY FOR CALCULATION OF THE DIAMETER AND THE LENGTH OF PRESSURE ADHESIVE COIL**

**Prof. Dr. Marcos Ricardo Rosa Georges**

Centro de Economia e Administração  
Pontifícia Universidade Católica de Campinas  
[marcos.georges@puc-campinas.edu.br](mailto:marcos.georges@puc-campinas.edu.br)

Rod. Dom Pedro I, km 136, Parque das Universidades, Campinas-SP, CEP 13086-900

**RESUMO:** Neste artigo será apresentado um método para auxiliar a comercialização e a logística de bobinas de material auto-adesivo. O problema central é determinar o diâmetro da bobina de papel auto-adesivo. Este problema tem origem nas máquinas rotativas usada pelas empresas gráficas convertedores que têm limitações no diâmetro máximo da bobina. Há também outro problema relacionado a movimentação das bobinas nestas empresas, em especial às de pequeno porte, que utilizam equipamentos de movimentação de pequena capacidade ou até mesmo as movimentam manualmente. Este sistema de apoio a decisão se baseia num modelo algébrico construído a partir de equações que possibilitara determinar o diâmetro de uma bobina de auto-adesivo em função da metragem liner no momento do pedido, possibilitando calcular a quantidade pedida em função do tamanho da bobina. Este sistema de apoio a decisão foi testado e implantado em uma fábrica de auto-adesivo, os resultados do teste, a formulação do modelo algébrico e a planilha eletrônica são apresentados neste artigo.

**Palavras chave:** logística empresarial; movimentação de material; armazenagem; matemática aplicada; pesquisa operacional.

**ABSTRACT:** This paper will be presented a method to help the marketing and logistics of the material handling of the self-adhesive paper. The central problem is to determine the diameter of the paper coil. This problem from to the machinery used by business graphics that have limitations in maximum diameter of the coil paper. There is also another problem related to material handling in these companies, particularly a small one, that using low capacity equipment or even the move manually. The decision support system is based on algebraic model equations that will determine the diameter of a self-adhesive paper coil of according to the procurement, made by linear meter. This decision support system was tested and deployed in a self-adhesive manufacturing and, the test results, the formulation of model algebraic and spreadsheet are presented in this article.

**Keywords:** business logistics management; material handling; storage; applied mathematics, operations research.

## 1 INTRODUÇÃO

Este artigo apresenta um método para se calcular o diâmetro de uma bobina de auto-adesivo a partir da quantidade de material contido na bobina e também para se calcular a quantidade de material a partir do diâmetro da bobina.

A necessidade de se desenvolver o presente método para se calcular o diâmetro ou o comprimento da bobina surge em função das diferentes necessidades apresentadas entre a função comercial e as funções de produção e logística.

As fábricas de papéis e filmes auto-adesivos (também conhecido como laminadores) comercializam seus produtos em forma de bobinas, e a precificação de seus produtos sempre é feita por metro linear de papel ou filme de auto-adesivo contido na bobina, em alguns casos, as bobinas também são precificadas por peso. Os compradores de papéis e filmes auto-adesivos (também conhecido como convertedores) também necessitam comprar estes produtos por metro linear, uma vez que a demanda por rótulos ou outros produtos gráficos são calculados a partir da área de material utilizada.

Porém, uma dificuldade imensa surge quando estas bobinas de papel ou filme auto-adesivo possuem restrições de tamanho máximo em função das máquinas que serão utilizadas para converter este material ou em função dos equipamentos de transporte ou armazenagem, incluindo-se as embalagens.

Surge, portanto, a necessidade de se incluir na tratativa comercial uma ferramenta que possibilite calcular qual será o diâmetro da bobina para o pedido de uma determinada metragem em específico, pois, caso o diâmetro da bobina exceda o máximo permitido pela máquina ou dispositivo de transporte ou armazenagem, o pedido deverá ser refeito. De forma análoga, dado um diâmetro máximo permitido pela máquina ou dispositivo de transporte ou armazenagem, qual será a metragem desta bobina, uma vez que a precificação do produto se dá em metro linear de produto contido na bobina e não no diâmetro da bobina.

Assim, este artigo apresenta a modelagem matemática deste problema de se determinar o diâmetro ou o comprimento da bobina e uma planilha desenvolvida para apoiar a tratativa comercial deste produto. Uma revisão bibliográfica sobre papéis e filmes auto-adesivos e a caracterização desta cadeia produtiva completam o artigo.

## 2 O AUTO-ADESIVO: EVOLUÇÃO E GÊNESE

O auto-adesivo é o produto que está no centro da cadeia produtiva de etiquetas e rótulos auto-adesivos que, embora seja uma cadeia produtiva relativamente nova, está presente em quase todos os produtos disponíveis aos consumidores nos dias atuais.

O auto-adesivo pode ser definido como: “uma especial classe de adesivos designada a aderir na maioria das superfícies por uma leve pressão” (CRETON, 2003). Varanese (1998) define o auto-adesivo como “uma distinta categoria de fitas adesivas que na forma seca adere agressivamente e permanentemente a temperatura ambiente”.

A origem do auto-adesivo remete ao século XIX, a mais de cento e cinquenta anos atrás, em 1845, quando Horance H. Day preparou e patenteou um emplastro composto de uma mistura de borracha natural com uma enzima pegajosa e revestiu um tecido com essa mistura e usou como curativo. Esta invenção para fins médicos rapidamente propiciou uma grande variedade de aplicações dos auto-adesivos no século seguinte, originando dois segmentos industriais de grande importância: as fitas adesivas e os rótulos adesivos (BENEDEK; BENEDEK, 1998).

As fitas adesivas foram introduzidas na década de 20 no mercado, sendo produzidas e comercializadas em grande escala. Na década de 30 surgiram os rótulos auto-adesivos, desenvolvidos por Stanton Avery, que, usando uma caixa de madeira para charutos, fez um pequeno orifício para gotejar adesivo em um rolo de papel que passava por baixo, desenvolvendo assim um mecanismo rudimentar de aplicação de adesivos (BENEDEK, 2004).

A estrutura de um auto-adesivo é bastante simples, constituída de um protetor (ou liner), uma camada de silicone, uma camada de adesivo e do frontal, conforme ilustra a Figura 1 a seguir. O protetor é a parte do auto-adesivo que é descartado após o uso, de onde se destaca o frontal que recebe a impressão, sobre o protetor é aplicado uma camada de silicone para depois aplicar o adesivo unindo o frontal e protetor como se fosse um sanduíche. O silicone permite que o adesivo permaneça somente no frontal, pois é este que será aderido em diferentes superfícies.

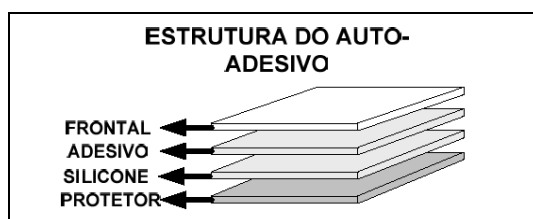


Figura 1 - Estrutura do Auto-Adesivo  
Fonte: Autor

Uma característica importante do auto-adesivo é que não há qualquer transformação física ou reação química no processo de adesão, também não há a necessidade de ativá-lo com calor, água ou qualquer tipo de reagente químico. Para aderir um auto-adesivo basta uma leve pressão, que pode ser feita por máquinas ou manualmente, e o auto-adesivo permanecerá colado ao substrato por um longo período de tempo. Este fato de aderir mediante uma pressão é claramente observado no verbete em inglês utilizado para designá-lo: “pressure-sensitive adhesive”, ou somente PSA.

Com o passar dos anos, novos papéis e filmes foram desenvolvidos ampliando significativamente a gama de produtos auto-adesivos e suas aplicações. Um fabricante de auto-adesivos oferece cerca de cem diferentes produtos ao mercado, entre papéis e filmes auto-adesivos.

Estas características tornam o auto-adesivo um produto amplamente utilizado na indústria, presente em rótulos, em etiquetas para identificação e marcação de preços, em adesivos promocionais, para fins decorativos, para selos, lacres, sinalização, fins médicos e para diversas outras aplicações concebidas pela impressionante capacidade inventiva do ser humano.

A última grande novidade deste segmento são as RFID – *Radio Frequency Identification* – ou etiqueta inteligente, que promete revolucionar a logística e o as empresas de varejo. Esta novidade é uma etiqueta auto-adesiva que possui um chip que é acionado por radio frequência, dispensando o contato visual com a etiqueta para se saber quais informações estão contidas ali.

### **3 A CADEIA DO RÓTULO E ETIQUETA AUTO-ADESIVA**

A estrutura da cadeia produtiva de etiquetas e rótulos auto-adesivos é simples, formada basicamente por laminadores e convertedores.

Os laminadores são as indústrias que produzem o auto-adesivo a partir das seguintes matérias primas: papéis, filmes, adesivos e silicones. São chamados de laminadores devido ao processo de laminação ser a principal etapa na fabricação do auto-adesivo.

Segundo dados da ABIEA (Associação Brasileira das Indústrias de Etiquetas Adesivas) existem 37 laminadores no Brasil que produzem 92% de todo o material usado para conversão no Brasil, sendo apenas 8% o volume importado para este fim. Foram laminados em 2004 cerca de 172 milhões de metros quadrados de papéis e filmes auto-adesivos, sendo que 60,3%

deste volume usaram papel como substrato, 39,1% deste volume usou filme plástico como substrato e 0,6% usaram outros materiais (ABIEA, 2005).

Os convertedores são indústrias gráficas que adquirem o auto-adesivo e os convertem em rótulos, etiquetas, adesivos promocionais e diversas outras aplicações do auto-adesivo através de processos de impressão, estampagem e corte do auto-adesivo, para então ser distribuído a todas as outras indústrias que os usam como rótulos em seus produtos, etiquetas para identificação e marcação de preço e todas as demais aplicações do auto-adesivo.

Segundo dados da ABIEA são 475 os convertedores no Brasil, são gráficos de médio porte, com média de 55 funcionários e operando unidades industriais com área média de 1.850 m<sup>2</sup>. Se considerar as pequenas gráficas, este número de 475 certamente chegará aos milhares (ABIEA, 2005). A Figura 2 ilustra a estrutura da cadeia produtiva de rótulos e etiquetas auto-adesivas.

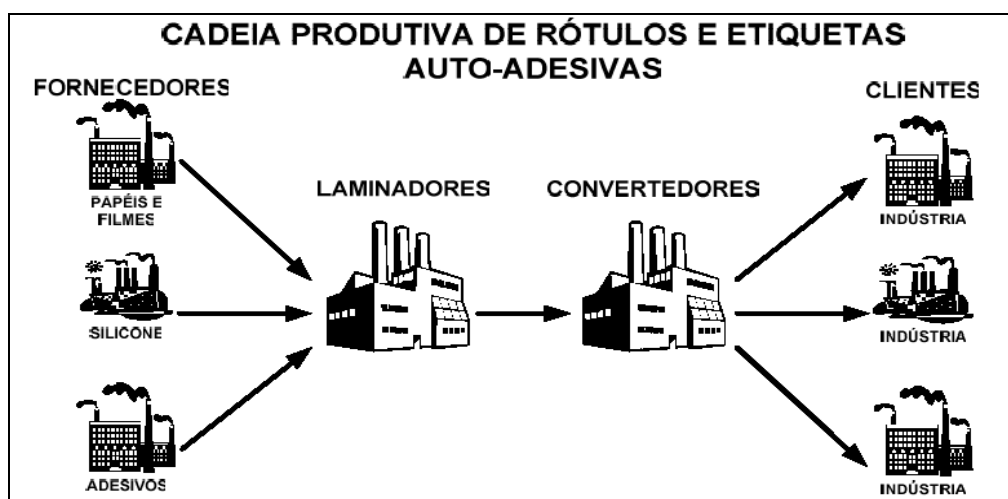


Figura 2 – Cadeia Produtiva de Rótulos e Etiquetas Auto-Adesivas  
Fonte: ABIEA (2005)

Os convertedores adquirem o auto-adesivo das indústrias laminadoras sob duas formas básicas de apresentação: o auto-adesivo cortado em folhas e o auto-adesivo na forma bobinas, sendo que o formato de bobina representa cerca de 90% do volume comercializado.

#### 4 O PROBLEMA DO DIÂMETRO DA BOBINA DE AUTO-ADESIVO

Os convertedores se caracterizam pelas gigantescas diferenças existentes em si, com um largo espectro de especialidades gráficas com um parque de máquinas extremamente diversificado. Embora a maioria dos convertedores possua máquinas rotativas, que aceitam o auto-adesivo somente na forma de bobina, estas máquinas rotativas variam muito em relação a sua capacidade, velocidade, qualidade de impressão e outros aspectos. E, independente as

diferenças existentes no maquinário, todos os convertedores desejam obter o máximo de produtividade de suas máquinas já que o *setup* é, invariavelmente, demorado para este tipo de equipamento, assim, é de interesse dos convertedores adquirir bobinas de auto-adesivos que tenham a máxima metragem permitida pela máquina.

No entanto, as máquinas rotativas dos convertedores não informam qual é a metragem máxima aceita, mas sim o diâmetro máximo permitido para uso, conforme ilustra a Figura 3 a seguir. Mas, como existe uma grande variedade de materiais usados pelos convertedores, cada qual com diferentes características (como espessura e gramatura), torna-se extremamente difícil para os convertedores saber qual é a metragem que fornecerá o diâmetro máximo permitido para usar nas máquinas, assim, muitos convertedores acabam por fazer seus pedidos de bobinas de auto-adesivos aos laminadores com metragem inferiores ao limite máximo permitido, ocasionando perdas de produtividade e uso não otimizado do maquinário.

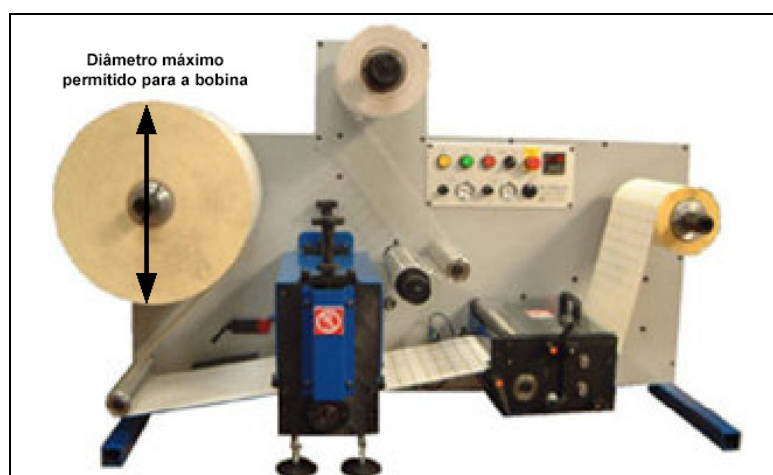


Figura 3 – Exemplo de uma máquina rotativa e o limite máximo permitido para o diâmetro da bobina.  
Fonte: <http://www.daco-solutions.com>

Esta limitação no diâmetro das bobinas usadas pelas máquinas rotativas dos convertedores gráficos gera o problema que inspirou a redação deste trabalho: o cálculo da metragem das bobinas de auto-adesivo em função do diâmetro máximo permitido e das características do material auto-adesivo.

Outro problema comum encontrado nas empresas gráficas convertedoras, em especial as empresas de pequeno porte, é a pequena capacidade de movimentação e armazenagem de seus equipamentos, isto quando estes não estão ausentes, movimentando manualmente as bobinas e armazenando-as no chão.

Empilhadeiras de pequeno porte e carinhos de mão são limitados pelo peso máximo, porém, pequenas estantes de armazenagem além do limite do peso são limitados pelo espaço.

Tais estantes armazenam as bobinas deitadas, na posição horizontal, logo, a largura segue um padrão de 1,1 m., já que as bobinas têm largura padrão de 1m., porém, a altura da estante pode variar, o que define um tamanho máximo de bobina diferente para cada gráfica, em função da altura no sistema de armazenagem.

## 5 MÉTODOS PARA CÁLCULO DO COMPRIMENTO DE UMA BOBINA

Uma bobina se assemelha a uma espiral, e para as espirais já existem formulas para se calcular o comprimento da espiral. Arquimedes foi o primeiro matemático a publicar seus estudos sobre espirais em 225 AC seu tratado “Sobre Espirais”.

A Espiral de Arquimedes (também chamada de espiral aritmética) é definida como o lugar geométrico de um ponto movendo-se a velocidade constante sobre uma reta que gira sobre um ponto de origem fixo a velocidade angular constante.

Em coordenadas polares ( $r, \theta$ ), a espiral de Arquimedes pode ser descrita pela Equação 1 onde  $a$  e  $b$  números reais.

$$r = a + b\theta \quad (1)$$

Quando o parâmetro  $a$  muda, a espiral gira, ainda que  $b$  controla a distância em giros sucessivos. Arquimedes descreveu esta espiral em seu tratado de 225 AC.

Esta curva se distingue da espiral logarítmica pelo fato de que voltas sucessivas da mesma têm distâncias de separação constantes (iguais a  $2\pi b$  se  $\theta$  é medido em radianos), ainda que em uma espiral logarítmica a separação esteja dada por uma progressão geométrica. A Figura 4 a seguir apresenta a espiral de Arquimedes.

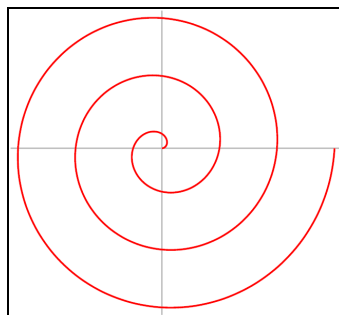


Figura 4 – Espiral de Arquimedes  
Fonte: Autor

De acordo com o *site* WolframMathWorld (2010) o comprimento do arco de uma espiral de Arquimedes é dada pela Equação 2.

$$s(\theta) = \frac{1}{2} a \left[ \theta \sqrt{1 + \theta^2} + \ln \left( \theta + \sqrt{1 + \theta^2} \right) \right] \quad (2)$$

Embora conhecida há muito tempo, a equação que calcula o comprimento da espiral pouco ajuda no cálculo de quanto material há na bobina em função do diâmetro ou vice-versa.

No entanto, utilizando os conceitos da espiral de Arquimedes e fazendo algumas adaptações é possível se chegar a algumas fórmulas para se calcular a quantidade de material que há em uma bobina com diâmetros interno e externo conhecidos e cuja espessura do material também é conhecida.

Markens (2005) apresenta um artigo onde mostra uma forma de se calcular o tamanho do comprimento de material em uma bobina. Jerry (2006), em resposta a uma pergunta postada no Math Forum, apresenta outra solução para o problema de quanto material ainda resta em uma bobina de papel com diâmetros iniciais e finais conhecidos e espessura conhecida. Esta solução proposta por Jerry (2006) se dá por sucessivas aproximações de diferentes círculos com perímetros sucessivamente menores que o anterior, sendo esta diferença exatamente igual a espessura do material.

Esta solução apresentada por Jerry (2006) se aproxima muito da solução desenvolvida pelo presente autor e que está apresentada a seguir.

## 6 FORMULAÇÃO ALGÉBRICA DO PROBLEMA

Seja uma bobina de auto-adesivo como ilustrado na Figura 5 a seguir.

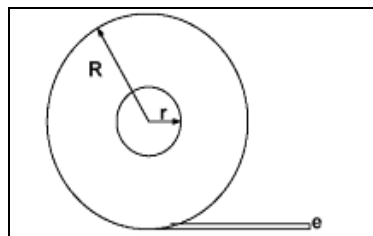


Figura 5 – Exemplo de bobina de auto-adesivo  
Fonte: Autor

Para esta bobina padrão sejam as seguintes variáveis:

- R: o raio da bobina;



- r: o raio interno da bobina;
- e: a espessura do auto-adesivo;
- M: a metragem linear da bobina;
- n: o número de voltas da bobina.

A Tabela 1 a seguir ilustra o raio da bobina em função do número de voltas que o auto-adesivo perfaz na bobina. Note que, na primeira volta do auto-adesivo, o raio da bobina será o raio interno somado a espessura do auto-adesivo. Na segunda volta o raio da bobina será o raio interno mais duas vezes a espessura do auto-adesivo, e assim se segue, até a última volta do auto-adesivo na bobina.

Tabela 1 - Tamanho do Raio da Bobina em função do número de voltas do auto-adesivo

Nº de voltas	Raio (R)	Perímetro
0	r	$2 \pi r$
1	$r + e$	$2 \pi (r + e)$
2	$r + 2e$	$2 \pi (r + 2e)$
3	$r + 3e$	$2 \pi (r + 3e)$
⋮	⋮	⋮
n	$r + ne$	$2 \pi (r + ne)$

Fonte: Autor

Observe-se que é possível afirmar que a metragem linear (Equação 3) total da bobina é dada pela soma dos perímetros da primeira até a última volta, ou seja:

$$M = \sum_{k=1}^n 2\pi(r + ke) = 2\pi(r + e) + 2\pi(r + 2e) + \dots + 2\pi(r + ne) \quad (3)$$

Desenvolvendo a Equação 3 de modo a encontrar o número de voltas em função da metragem, do raio interno e da espessura do auto-adesivo tem-se, a Equação 4:

$$\begin{aligned}
 M - 2\pi(r + e) - 2\pi(r + 2e) - \dots - 2\pi(r + ne) &= 0 \\
 M - 2\pi(r + e + r + 2e + r + 3e + \dots + r + ne) &= 0 \\
 M - 2\pi[nr + (e + 2e + 3e + \dots + ne)] &= 0 \\
 M - 2\pi(nr + \frac{e + ne}{2} n) &= 0 \\
 M - 2\pi(nr + \frac{e(n+1)}{2} n) &= 0 \\
 M - 2\pi nr - \pi en(n+1) &= 0 \\
 M - 2\pi nr - \pi en^2 - \pi en &= 0 \\
 \pi en^2 + (2\pi r + \pi e)n - M &= 0
 \end{aligned} \quad (4)$$

A passagem Equação 3 para a Equação 4 é mostrada na Equação 5, através do reconhecimento de uma progressão aritmética ( $e + 2e + 3e + \dots + ne$ ). Observa-se que este desenvolvimento conduz a uma equação do segundo grau, que pode ser facilmente resolvida, levando a seguinte solução:

$$n = \frac{\pi(2r + e) - \sqrt{[-\pi(2r + e)]^2 + 4\pi e M}}{-2\pi e} \quad (5)$$

Sabendo que o diâmetro (Equação 6) da bobina é dado por:

$$D = 2(en + r) \quad (6)$$

De posse das Equações 3, 5 e 6 é possível determinar para um tipo específico de auto-adesivo, onde é conhecida sua espessura, e a partir das informações do diâmetro encontrar a metragem linear da bobina, ou o inverso, a partir da metragem linear encontrar o diâmetro da bobina.

## 7 CONSTRUÇÃO DE UMA FERRAMENTA COMPUTACIONAL

Uma vez construídas as equações o próximo passo é construir uma ferramenta de apoio ao setor de vendas de modo que seja possível orientar os convertedores a efetuarem seus pedidos considerando as limitações do diâmetro da bobina usada em suas máquinas e considerando também o tipo de material a ser adquirido. Esta ferramenta foi construída usando o software *Excel* e a Figura 6 a seguir ilustra a tela que é usada para fazer os cálculos necessários para se determinar as dimensões da bobina em função do tipo de material e dos dados de metragem e diâmetro.

Encontrar o Diâmetro a partir da Metragem		Encontrar a Metragem a partir do Diâmetro	
<b>DADOS DE ENTRADA</b>		<b>DADOS DE ENTRADA</b>	
Metragem Linear do Jumbo	4000	Diâmetro da Bobina	1
Espessura do Papel	0,000146	Espessura do Papel	0,000146
O Diâmetro do Tubete	0,0762	O Diâmetro do Tubete	0,0762
<b>DADOS DE SAÍDA</b>		<b>DADOS DE SAÍDA</b>	
Raio da Bobina	0,432899786	Metragem da Bobina	5349,65518
Diâmetro da Bobina	0,865799571		

Figura 6 – Tela da Planilha Eletrônica desenvolvida a partir do modelo algébrico  
 Fonte: Autor

Para um maior detalhamento das equações que estão por trás desta planilha eletrônica a Figura 7 a seguir apresenta todas as fórmulas utilizadas na construção desta planilha.

	A	B	C	D	E	F	G
1							
2		<b>Encontrar o Diâmetro a partir da Metragem</b>			<b>Encontrar a Metragem a partir do Diâmetro</b>		
3							
4		<b>DADOS DE ENTRADA</b>			<b>DADOS DE ENTRADA</b>		
5							
6		Metragem Linear do Jumbo	4000			Diâmetro da Bobina	1
7		Espessura do Papel	-0,000116			Espessura do Papel	-0,000116
8		O Diâmetro do Tubete	0,0762			O Diâmetro do Tubete	0,0762
9							
10			$a = -PI()^*C7$				$n = (G6/2 - G8/2)/G7$
11			$b = -2^*PI()^*C8/(2+PI()^*C7$				
12			$c = C6$				
13			$D = C11^*C11 - 4^*C10^*C12$				
14			$n = (-C11 - RAIZ(C13))/(2^*C10)$				
15							
16		<b>DADOS DE SAÍDA</b>			<b>DADOS DE SAÍDA</b>		
17							
18		Raio da Bobina	=C14^*C7+C8/2			Metragem da Bobina	=PI()^*G7^*G10^*G10+PI()^*(2^*G8/2+G7)^*G10
19		Diâmetro da Bobina	=2^*C18				
20							

Figura 7 – Detalhamento das fórmulas usadas na Planilha Eletrônica  
 Fonte: Autor

## 8 COMPARAÇÃO COM OUTROS MODELOS

Existem na internet diversas calculadoras para se determinar a quantidade de papel em uma bobina. A maioria destas calculadoras estão nos *sites* das empresas fabricantes de material auto-adesivo (convertedores).

A Fasson, pertencente ao grupo Avery Dannon, empresa líder mundial e referência no mercado de auto-adesivos disponibiliza uma calculadora em seu site e o valor obtido é muito próximo ao valor obtido pelo método apresentado neste artigo.

A Figura 8 apresenta a tela da calculadora disponível no site da empresa Fasson, onde se calculou o comprimento da bobina com os mesmos valores usados na Figura 13 anterior.

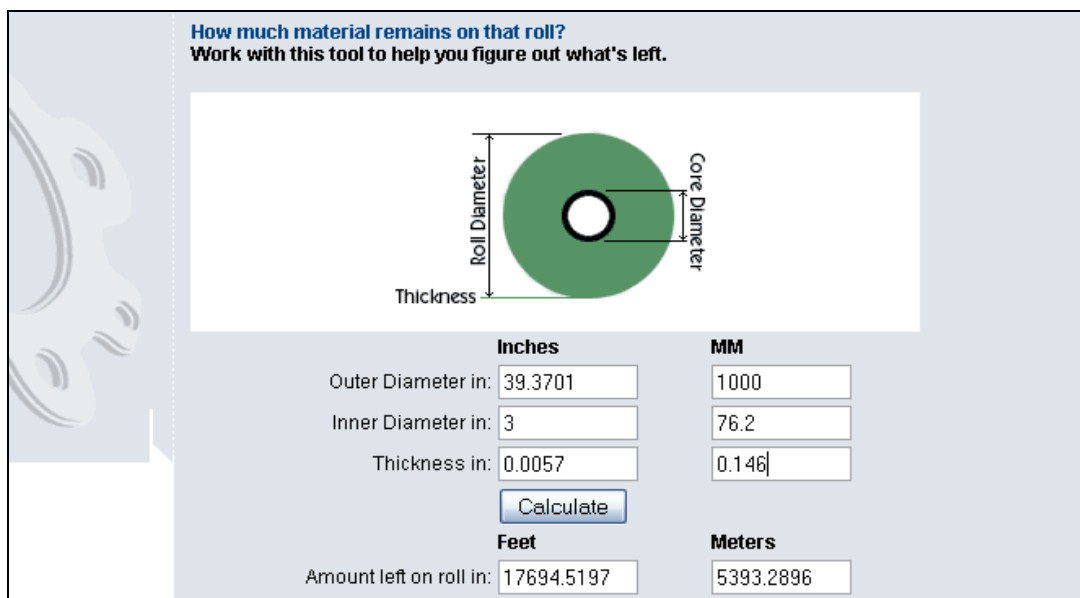
Figura 8 – Calculadora de comprimento da bobina  
 Fonte: (disponível em: [http://apps.fasson.com/roll\\_length.asp](http://apps.fasson.com/roll_length.asp)).

No entanto, esta calculadora virtual da Fasson não revela qual a fórmula utilizada para se fazer o cálculo. O mesmo ocorre para a calculadora disponível no site handymath.com, cuja tela é apresentada na Figura 9 a seguir com os mesmos valores utilizados nas Figuras 7 e 8.

Entered Values			Calculated Values
Outside Diameter of Rolled Material (mm)	Thickness of Material (mm)	Diameter of Center Hole (mm)	Length of Material (m)
1000	0.146	76.2	5348.20408

Figura 9 – Calculadora de comprimento da bobina  
 Fonte (<http://www.handymath.com/cgi-bin/rollen.cgi>)

Já a calculadora disponível no *site* da empresa CutSmart.com apresenta resultados divergentes em quase cinquenta metros em relação às demais calculadoras e ao método apresentado neste artigo. A Figura 10 a seguir ilustra o resultado do cálculo fornecido pela calculadora virtual da empresa CutSmart.



How much material remains on that roll?  
Work with this tool to help you figure out what's left.

Roll Diameter  
Core Diameter  
Thickness

	Inches	MM
Outer Diameter in:	39.3701	1000
Inner Diameter in:	3	76.2
Thickness in:	0.0057	0.146

Calculate

	Feet	Meters
Amount left on roll in:	17694.5197	5393.2896

Figura 10 – Calculadora de comprimento da bobina

Fonte: (Disponível em: [http://www.cutsmart.com/pages/length\\_on\\_roll\\_calculator.html](http://www.cutsmart.com/pages/length_on_roll_calculator.html))

## 9 LIMITAÇÕES DO MODELO

Certamente este modelo é limitado, tanto pelas suposições matemáticas assumidas como pelas próprias características das bobinas de auto-adesivo que possuem outros fatores que afetam a metragem linear em função do diâmetro.

A limitação proveniente da suposição matemática reside na aproximação assumida nas equações ilustradas pelas Equações 3 e 6, pois uma bobina não é um conjunto de círculos concêntricos, mas sim uma espiral. No entanto, como a espessura do auto-adesivo é muito inferior se comparado ao diâmetro da bobina é razoável fazer esta suposição, pois os benefícios advindos da simplificação matemática são maiores que as imprecisões decorrentes.

Outras limitações do modelo originam dos diversos fatores que influenciam o cálculo do diâmetro, mas que não foram considerados no modelo. Estes fatores são:

- A tensão da Bobina: que quanto maior a tensão mais compacta ela será e, portanto, influenciará o diâmetro para menos;
- As variações da espessura do material: a espessura do auto-adesivo é a soma das espessuras do protetor, da camada de silicone, da camada de adesivo e da espessura do frontal. Todas essas espessuras possuem variações naturais decorrentes do

processo produtivo e acabam por afetar o diâmetro da bobina; quanto maior a variação da espessura, maior será a influência sobre o diâmetro final da bobina.

Mas, a despeito das limitações citadas acima o modelo se mostrou razoável em alguns testes realizados, conforme ilustra o a Tabela 2. O teste consistiu na coleta de 20 bobinas de diferentes metragens e de diferentes materiais, o que resulta em diferentes espessuras. Para estas 20 bobinas foi feito a medição do valor real do diâmetro e, a partir do conhecimento da espessura do material e da metragem linear foi calculado o diâmetro usando o modelo, os resultados estão exibidos na Tabela 2.

Tabela 2 – Comparativo entre os valores reais e obtidos com o modelo

<b>Metragem</b>	<b>Espessura</b>	<b>diâmetro</b>	<b>real</b>	<b>diferença</b>
50	9,40E-05	0,082	0,125	0,043
50	1,35E-04	0,098	0,128	0,030
100	1,56E-04	0,148	0,174	0,026
100	9,40E-05	0,115	0,159	0,044
250	1,50E-04	0,230	0,241	0,011
280	1,50E-04	0,243	0,253	0,010
450	1,60E-04	0,318	0,318	0,000
450	1,50E-04	0,308	0,324	0,016
500	1,45E-04	0,319	0,300	-0,019
600	1,50E-04	0,355	0,345	-0,010
650	1,35E-04	0,351	0,366	0,015
700	1,35E-04	0,364	0,344	-0,020
750	1,50E-04	0,397	0,401	0,004
800	1,60E-04	0,424	0,418	-0,006
800	1,35E-04	0,389	0,377	-0,012
850	1,30E-04	0,394	0,390	-0,004
1000	1,60E-04	0,474	0,463	-0,011
1200	1,60E-04	0,519	0,501	-0,018
1250	1,45E-04	0,504	0,529	0,025
1500	1,60E-04	0,580	0,564	-0,016

Fonte: Autor

Embora não tenha sido feito nenhum teste estatístico para comprovar se há ou não há diferenças significativas nos resultados observados, o que foi observado é que, à medida que a metragem linear da bobina aumenta há uma tendência no valor da diferença observada: quanto maior a metragem da bobina, maior a tendência do valor real ser menor do que o valor obtido pelo modelo, o contrário também se confirma.

Esta constatação pode ser claramente observada no gráfico ilustrado pela Figura 11 a seguir que mostra a tendência dos valores obtidos da diferença observada, colocados em ordem crescente de metragem.

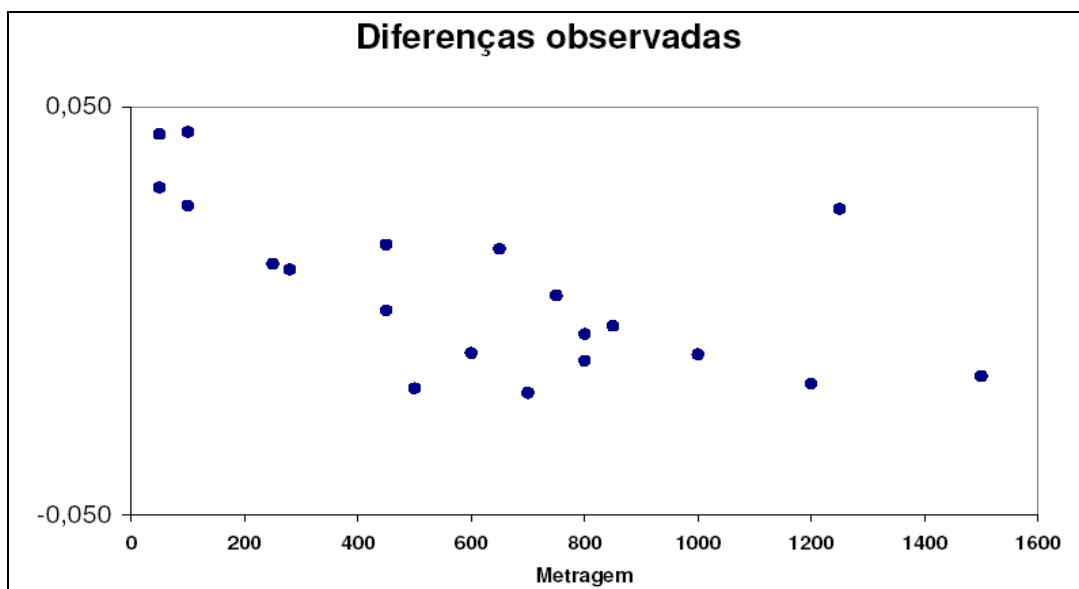


Figura 11 – Tendência Observada nas diferenças dos diâmetros em função da metragem.  
Fonte: Autor

## 10 CONCLUSÕES FINAIS

O desenvolvimento de um modelo algébrico de fácil interpretação e que pudesse ser utilizado para desenvolver uma planilha eletrônica para auxiliar a área comercial a orientar o tamanho dos pedidos dos clientes mostrou adequada e eficiente.

Mesmo impossibilitado de comparar as formulas dos modelos, através de resultados extremamente próximos entre si, o modelo desenvolvido neste artigo mostrou válido quando comparado aos demais modelos encontrados na internet, em especial a da empresa Fasson que é referência no mercado internacional de auto-adesivos.

A pequena diferença observada entre o resultado do presente modelo com o resultado do modelo da Fasson (0,03%) mostrou insignificante, ainda mais que o modelo apresenta algumas falhas por não considerar irregularidades no material e na tensão da bobina.

Embora o modelo tenha apresentado uma tendência nos resultados, porém, se mostra insignificante, não chegando a comprometer os resultados, haja vista que os valores típicos de metragem utilizados raramente são superiores a 2.000 metros lineares.

As limitações do modelo também merecem maior investigação, de modo a incluir a influência da tensão da bobina e as variações da espessura, de modo a construir um modelo mais preciso.

Mas, é importante mencionar que, embora haja tais restrições, a construção da ferramenta computacional sobre as equações desenvolvidas foi de grande valia para a comercialização das bobinas, constituindo um valor orientativo nas negociações entre convertedores e laminadores.

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ABIEA - ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DAS INDÚSTRIAS DE ETIQUETAS ADESIVAS; **O Auto-Adesivo**, ano 1, n. 2, jul/ago, 2005.

BENEDEK, I.; **Pressure-Sensitive Adhesives and Applications**. Ed. Marcel Dekker, 2004. 747p.

BENEDEK, I.; BENEDEK, B.; **Development and Manufacture of Pressure-Sensitive Products**. Ed. Marcel Dekker, 1998. 672p.

CRETON, C.; **Pressure-Sensitive Adhesives: An Introductory Course**. Material Research Society Bulletin, June 2003. Disponível em <<http://www.mrs.org/publication/bulletin>>. Acesso em 29 jul. 2005.

JERRY. **Calculating How Much Paper Is on a Roll**. Disponível em <<http://mathforum.org/library/drmath/view/68773.html>> Acessado em 26/04/2010.

MARKENS, B.; **How much paper is left on that roll, anyway?**. Março de 2005. Disponível em <[http://findarticles.com/p/articles/mi\\_m3116/is\\_3\\_90/ai\\_n15691841/](http://findarticles.com/p/articles/mi_m3116/is_3_90/ai_n15691841/)> Acessado em 26/04/2010.

VARANESE, D. V.; The Fundamentals of Selecting Pressure-Sensitive Adhesives. **Medical Plastics and Biomaterials Magazine**, p. 32-44, Jan. 1998.

WOLFRAN MATH WORLD; **Archimedes Spirals**. Disponível em <<http://mathworld.wolfram.com/ArchimedesSpiral.html>> acessado em 26/04/2010.