

## DETERMINANTES DE VALOR: TEORIA DE OPÇÕES REAIS POR SIMULAÇÃO DE MONTE CARLO COM MÍNIMOS QUADRADOS

Marcos Antonio Dozza\*

**RESUMO:** Este estudo aborda a avaliação econômica de investimentos. As técnicas tradicionais de avaliação de investimentos, por si só, não garantem a maximização econômica. A melhor forma de se abordar a avaliação de um projeto de investimento é ver as oportunidades como uma sucessão de flexibilidades. A decisão de realizar novos investimentos em cenários de incertezas requer métodos de avaliação com base em informações consolidadas ao longo do tempo. Nesse sentido, a teoria de opções reais incorpora flexibilidades gerenciais. Este artigo aborda a teoria de opções reais e demonstra a utilização do método de simulação de Monte Carlo com mínimos quadrados de Longstaff e Schwartz (2001), esse método é capaz de precificar opções americanas com variáveis estocásticas.

**Palavras-chave:** Avaliação. Opções reais. Flexibilidade. Simulação de Monte Carlo e cenários.

### 1 INTRODUÇÃO

As decisões de investimentos ocorrem no presente, mas tratam das consequências de eventos futuros. A possibilidade de decidir decorre da existência de alternativas.

As avaliações de investimentos, devido às suas complexidades e flexibilidades, deverão ser realizadas por métodos e critérios que demonstrem indicadores favoráveis à tomada de decisão.

Nos cenários em que a incerteza é uma condição importante de avaliação, é necessário aplicar métodos e técnicas adequados para precificação, na tentativa de avaliar o risco do investimento.

Na abordagem tradicional para avaliação de investimentos, a técnica do fluxo de caixa descontado (FCD) ou valor presente líquido (VPL) são técnicas mais bem aplicadas para avaliar recursos sem riscos, mas não levam em consideração o preço da flexibilidade que é apropriado aos investimentos de risco. Nesse contexto, é relevante a aplicação de métodos adequados de avaliação de investimentos.

---

\* Graduação em Ciências Econômicas. Mestrado em Administração, Universidade Federal do Tocantins - UFT [marcosdozza@uft.edu.br](mailto:marcosdozza@uft.edu.br)

De acordo com Minardi (2000), as decisões realizadas no presente influenciam o futuro do investimento. As técnicas quantitativas de avaliação, como o fluxo de caixa descontado ou o valor presente líquido, não evidenciam a melhor solução estratégica.

A abordagem da teoria de opções reais, segundo Slade (2001), busca superar a ineficiência dos métodos tradicionais por incorporar a flexibilidade gerencial na avaliação de investimentos e utilizar como fator valor presente somente a taxa de retorno livre de risco.

Myers (1977) utilizou o termo opções e destacou que investimentos na economia real podem ser vistos como opções financeiras de compra. Nesse sentido, como colocado por Trigeorgis (1995), inicia-se uma nova abordagem para a avaliação de investimentos, que faz relação entre uma opção financeira e um projeto de investimento da economia real.

Para Slade (2001, p. 1), “o valor da flexibilidade gerencial é avaliado usando dados como preços, custos, reservas e produção. Um modelo de opções reais é estimado e resolvido para o projeto e os valores de opção”.

Trigeorgis (1995) demonstrou que um projeto de investimento pode ser visto como flexibilidades de opções reais, ou seja, alternativa para abrir, adiar, expandir, retrair, fechar temporária ou definitivamente, reiniciar, alterar a escala de produção, ou seja, diversas flexibilidades para a decisão de investir.

Portanto, este artigo tem como objetivo demonstrar a teoria de opções reais na avaliação de investimentos com flexibilidades gerenciais com aplicação do método de simulação de Monte Carlo com mínimos quadrados de Longstaff e Schwartz (2001). Esse método é basicamente utilizado na precificação de opções americanas com variáveis estocásticas.

A estrutura da simulação de Monte Carlo pode ser uma maneira natural para precificação do valor de investimentos sob incertezas múltiplas e projeção de complexidades específicas.

Para reforçar os dados na simulação de Monte Carlo, podem ser utilizadas diferentes variáveis, como: preços aleatórios, custos irrecuperáveis, taxas de juros, rendimento de conveniência, variância do preço, impostos etc.

Para finalizar, as alternativas complexas conduzem a uma sequência de ações. Nesse contexto, a opção de investir está associada a determinadas flexibilidades ao longo do desenvolvimento do investimento e requer técnicas de mensuração aprimoradas, pois muitos fatores de risco podem incidir nesses investimentos.

## **2 ASPECTOS DA ABORDAGEM EM OPÇÕES REAIS**

---

A decisão de investir em um determinado projeto empresarial requer um conjunto de informações estruturais e flexíveis que devem ser previstas.

Copeland e Antikarov (2001) afirmaram que a opção real é somente um direito e não uma obrigação de exercer a flexibilidade da opção a um custo predeterminado que se denomina preço de exercício e por um período preestabelecido, ou seja, a vida da opção do investimento.

Trigeorgis (1995) salientou que a avaliação de investimentos, se realizada pela teoria de opções reais, adquire um instrumental adequado para quantificar o valor da flexibilidade gerencial. Esse autor considera a abordagem tradicional por meio do valor presente líquido inadequada para a avaliação de investimentos quando se tem incertezas quanto aos cenários econômicos no futuro, pois se ignora a flexibilidade gerencial.

A técnica do valor presente líquido, mesmo com deficiência, contribui para o desenvolvimento da abordagem das “opções reais”, um instrumento mais indicado para tratar os custos iniciais incorridos no investimento. Esses custos são considerados irrecuperáveis.

É possível estabelecer uma relação entre as opções reais e as financeiras, em que um investimento na economia real, pode ser comparado a uma opção de compra de opções financeiras, cujo ativo subjacente é o valor da opção do investimento, e o preço de exercício é o valor inicial do investimento.

A teoria de opções reais utiliza conceitos para valorar projetos de investimentos, incorporando as flexibilidades gerenciais. Nessa abordagem, o grau dessas flexibilidades e o nível de incertezas aumentam o valor de um projeto de investimentos. Portanto, essa abordagem consegue resolver a insuficiência do método tradicional, utilizando também o valor presente líquido e o fluxo de caixa descontado, e possibilita uma valoração mais consistente e eficaz com regras específicas e detalhadas na tomada de decisão de investimentos.

Segundo Dixit e Pindyck (1994), a decisão de investir, considerada como uma opção de abertura, significa dizer que, ao exercer essa opção, tem por consequência a irreversibilidade do investimento.

Em cenários econômicos caracterizados pelas mudanças e pelas incertezas, a projeção dos fluxos de caixa possivelmente diferenciará do que inicialmente seria esperado pela gestão do investimento. Mas, no momento em que informações mais atualizadas chegarem, a incerteza sobre os cenários futuros e o fluxo de caixa projetado serão mais consistentes. Isto é, a gestão do investimento obtém mais poder de flexibilidade, para ainda, em tempo, poder

mudar a estratégia de suas operações no sentido de buscar alternativas favoráveis ao investimento.

Conforme Trigeorgis (1995), as flexibilidades realizadas individualmente ou em conjunto ao longo do tempo, incorporando a incerteza, podem ainda ser avaliadas considerando-se os cenários previstos para o futuro.

Dixit e Pindyck (1994) reforçam a ideia da teoria das opções reais, descrevendo os métodos de avaliação de investimentos por meio de metodologias que incorporam a irreversibilidade, a incerteza e o momento ideal para tomar decisões referentes aos obstáculos ao longo do tempo do investimento.

Para Miller e Park (2002), a avaliação pela teoria de opções reais considera todas as oportunidades de investimentos futuros na cadeia de valor, ou seja, as flexibilidades e as oportunidades do investimento, para permitir a estratégia de avaliação mais flexível.

Por fim, para solidificar, a teoria de opções reais teve, nos últimos anos, um crescimento substancial, pois houve incorporação de diversos autores reafirmando a avaliação de investimento com flexibilidades. Destacam-se os artigos de:

- McDonald e Siegel (1985), com opção de fechamento;
- Pindyck (1988), com opção de expansão da capacidade de investimento;
- Myers e Majd (1990), com opção de abandono.

Para Schwartz e Trigeorgis (2001), a abordagem da teoria de opções reais se expandiu em direção a aplicações nas mais diversas áreas de investimentos, ou seja, que têm como base de avaliação a teoria de opções reais, como: exploração de recursos naturais, de terras, de investimentos industriais, criação de infraestrutura, transportes, geração de energia elétrica e outras.

Para reforçar a abordagem de opções reais, sua aplicação pode ser integrada com método de simulação de Monte Carlo com mínimos quadrados (LSM) de Longstaff e Schwartz (2001). Esse método tem certas vantagens sobre as principais abordagens numéricas para determinar o valor de opções reais, como o método de diferenças finitas e o método binomial, pois fornece uma ferramenta bastante eficaz e, ao mesmo tempo, flexível e transparente para a avaliação de investimentos com opções reais. Neste artigo, será abordado somente o método de simulação de Monte Carlo com mínimos quadrados ordinários, desenvolvido por Longstaff e Schwartz (2001).

Em se tratando do método de simulação de Monte Carlo, Tsekrekos, Shackleton e Wojakowski (2003) informam que Boyle (1977) aplicou o método de simulação de Monte

Carlo à fixação do preço da opção. A complexidade desse método é computacional e cresce na forma linear de acordo com o número dos processos estocásticos subjacentes.

Para reforçar o entendimento sobre o método de simulação de Monte Carlo, Tsekrekos, Shackleton e Wojakowski (2003) também observaram que a primeira tentativa de determinar o valor antecipado do exercício de opções americanas utilizando esse método foi proposta de Tilley (1993), em que o algoritmo serve de padrão para determinar o valor de manter a opção como o valor atual de um período antecipado.

As trajetórias possíveis em um processo de simulação adquirem condições de probabilidades para que os parâmetros possam sempre se mover para um período (n+1), ou seja, para o futuro, diferentemente do período (n) atual. Portanto, a simulação de Monte Carlo é usada para determinar o valor da continuação prevista do valor da opção.

Com a utilização da abordagem de simulação de Monte Carlo, a ideia de Longstaff e Schwartz (2001) citados por Tsekrekos, Shackleton e Wojakowski (2003, p. 5) “é de obter o valor da opção de continuação em cada data possível do exercício por meio de uma regressão de simulação de trajetões”.

Esses autores demonstraram a aplicabilidade desse método, fixando o preço de opções em uma grande escala.

### **3 APLICAÇÃO DO MÉTODO DE SIMULAÇÃO DE MONTE CARLO COM MÍNIMOS QUADRADOS (LSM)**

A grande contribuição desse método, para Longstaff e Schwartz (2001), é desenvolver um algoritmo que permita, através da simulação, realizar regressão de mínimos quadrados para definição do exercício ideal, por meio do qual é possível decidir se exerce a opção ou não.

O método LSM requer, para sua aplicação, a geração de grande sequência de números aleatórios distribuídos de maneira uniforme dentro do intervalo de [0,1].

Para se obterem resultados próximos da realidade, a implementação deste método está condicionada às trajetórias dos números aleatórios, portanto, essas sequências são geradas na prática por parâmetros de números aleatórios. A qualidade desses parâmetros é relevante e muito importante na implementação do método de simulação de Monte Carlo e é condição primária para a obtenção de resultados favoráveis em grandes amostras.

O método LSM é um método alternativo bem mais eficiente e adequado em relação às outras técnicas quando existirem variáveis estocásticas, porque basicamente consiste em

analisar, para cada instante, o valor de continuação comparando-o com o valor no instante ( $t$ ). Isso é feito por meio de uma regressão de mínimos quadrados, a qual, segundo Longstaff e Schwartz (2001), não apenas proporciona uma estrutura confiável para precificação do preço de opções financeiras, mas também possibilita a precificação de opções que envolvem modalidades de decisões para recursos da economia real.

Para Longstaff e Schwartz (2001), o método LSM possibilita que para cada instante anterior à data de vencimento da opção, o detentor dessa opção compara o rendimento (*payoff*) do exercício antecipado com o seu valor de continuação para tomar a decisão ideal. O exercício ideal de uma opção americana é determinado pela expectativa condicionada ao seu valor de continuação. A importância desse método, para os autores, está no fato de que a expectativa condicionada pode ser estimada a partir de informações obtidas pela simulação de Monte Carlo com a regressão dos mínimos quadrados.

Longstaff e Schwartz (2001) reforçaram que o objetivo do algoritmo da simulação de Monte Carlo com regressão de mínimos quadrados é fornecer uma aproximação para exercer a opção no exercício ideal, em que é necessário analisar cada instante  $S$ , em que ( $t \in S \in T$ ).

Na data do vencimento da opção ( $T$ ), somente se exercerá a opção com valor favorável, isto é, quando a opção estiver *in-the-money*. Para qualquer outro instante ( $t_n$ ) que estiver anterior à data do vencimento ( $T$ ), pode-se exercer a opção ou esperar até o instante ( $t_{n+1}$ ) para poder tomar a decisão ideal.

Pelas trajetórias de fluxo de caixa, é possível exercer a opção quando o valor de exercício antecipado (VEA) for maior que o valor de continuação (VC). No instante ( $t_n$ ), o valor de exercício antecipado é conhecido e o valor de continuação não é.

Brennan e Schwartz (1985) citados por Tsekrekos, Shackleton e Wojakowski (2003) demonstraram a avaliação de uma mina hipotética com dois fatores e reforçaram que é possível obter resultados satisfatórios com a aplicação do método LSM de Longstaff e Schwartz (2001). Esse método agrega as flexibilidades de opções pela possibilidade de obter resultados com realismo necessário para a tomada de decisão.

A título de precificar hipoteticamente o valor de uma mina composto por dois fatores, o preço(s) do minério e o rendimento de conveniência ( $\delta$ ), o qual possibilitará a opção de decisão com flexibilidade de continuar trabalhando ou de fechamento da mina, demonstra-se a seguir a descrição do fluxograma do método de simulação de Monte Carlo com mínimos quadrados de Longstaff e Schwartz (2001) em cinco etapas.

**1ª Etapa:** inicia-se pela simulação dos caminhos relevantes para os ativos subjacentes (preço do minério (S) e rendimento de conveniência ( $\delta$ )) que é estimada pelas Equações 1 e 2:

$$S(t_{i+1}) = S(t_i) \exp \left\{ \left( r - \delta - \frac{1}{2} \alpha^2 \right) (t_{i+1} - t_i) + \sigma \sqrt{t_{i+1} - t_i} Z(t_{i+1}) \right\} \quad \text{Equação (1)}$$

$$\delta(t_{i+1}) = \left( 1 - e^{-k(t_{i+1} - t_i)} \right) \left( \bar{\delta} - \frac{\lambda \gamma}{k} \right) + e^{-k(t_{i+1} - t_i)} \delta(t_i) + Z(t_{i+1}) \quad \text{Equação (2)}$$

**2ª etapa:** nessa etapa, o cálculo da matriz de rendimento ou valor do exercício antecipado (VEA) é dado pela diferença do K – S para cada tempo (t) e para cada preço (S), demonstrado na Equação 3

K = preço do exercício

S = preço do ativo

$$VEA = \left\{ K^w(t_i) - S(t_i) \right\} \quad \text{Equação (3)}$$

**3ª etapa:** após a elaboração da simulação de trajetórias, pode-se apurar o valor de continuação da opção (VC) que é dado pela seguinte Equação 4:

$$F(\omega, t_k) = E_Q \left[ \sum_{j=k+1}^N \exp \left( - \int_{t_k}^{t_j} r(\omega, s) ds \right) C(\omega, t_j; t_k, T) \Big|_{t_k} \right] \quad \text{Equação (4)}$$

Nessa expressão,  $F(\omega, t_k)$  = valor de continuação da opção;  $E_Q$  = expectativa condicional de reservas físicas o  $r(\omega, s)$  é a taxa livre de risco a valor presente; K é o número de intervalos de tempo entre o instante inicial e a data do vencimento ( $K = T/\Delta t$  e  $t_k = T$ ); j = trajeto; s = preço da opção;  $C(\omega, t_j; t_k, T)$  é o fluxo de caixa projetado a valor presente;  $\omega$  é a simulação de preços; ds = tempo até o preço à vista da opção (nº de dias restantes até o exercício); T = data de vencimento da opção e  $(f_{t_k})$  corresponde ao conjunto de informações disponíveis em  $(t_k)$ . Isto é, essas informações servem para tomar a decisão ideal.

Da Equação 4, pode-se obter a expressão simplificada do valor de continuação da opção que é demonstrada da seguinte forma pela Equação 5.

Os coeficientes  $\alpha_j$  são constantes e  $E_j$  são as funções das variáveis

$$F(\omega, t_{k-1}) = \sum_{j=0}^{\infty} \alpha_j L_j(X) \quad \text{Equação (5)}$$

Longstaff e Schwartz (2001) salientam que, para aplicar o método, inicialmente, são simuladas as trajetórias de preços ou de fluxos de caixa a valor presente. Após, usa-se a regressão de mínimos quadrados para aproximar as funções de expectativas.

Em  $(t_{k-1})$ ,  $F(\omega, t_{k-1})$  é desconhecido, mas pode ser representado em um conjunto linear de funções básicas em  $L_j(X)$ , em que  $(X)$  é uma variável de estado.

Quando há duas ou mais variáveis de estado, ou seja, avaliação com dois ou mais fatores incidentes (por exemplo, preço do minério e o rendimento de conveniência), as funções básicas devem incluir essas variáveis, envolvendo-as simultaneamente.

Portanto, segundo Longstaff e Schwartz (2001), para aplicar o método LSM, obtém-se uma aproximação de  $F(\omega, t_{k-1})$  usando um conjunto de funções básicas em  $M$ . Denomina-se esse conjunto de funções básicas de  $F_M(\omega, t_{k-1})$ , que são estimadas pela regressão do fluxo de caixa a valor presente dada pela expressão  $C(\omega, s; t_{k-1}, T)$ .

Longstaff e Schwartz (2001) ainda demonstraram que, ao aumentar o número de simulações, quanto maior melhor, a estimativa  $\hat{F}_M(\omega, t)$  converge para  $F_M(\omega, t)$ . Estimada a função de expectativas condicionadas para  $t_{k-1}$ , de acordo com essa função, é possível determinar se o exercício antecipado é o ideal comparando-o com o valor estimado de valor do continuação  $\hat{F}_M(\omega, t_{k-1})$ . Essa comparação deve ser realizada para cada simulação *in-the-money* em  $t_{k-1}$ , devendo ser repetida para o instante  $t_{k-2}$  sucessivamente, até chegar ao instante inicial, quando as decisões do exercício ideal para todas as simulações estarão determinadas.

**4ª etapa:** como o valor da continuação (VC) é conhecido, é possível tomar a decisão ideal, ou seja, a decisão ideal é maximizada pela comparação entre o VEA e o VC em cada tempo  $(t)$ .

- VEA = valor do exercício antecipado
- VC = valor de continuação da opção
- Se  $VEA > VC \rightarrow$  exerce a opção de fechamento.



- Se  $VEA \square VC \rightarrow$  não exerce a opção de fechamento da mina, ou seja, continua trabalhando.

**5ª etapa:** por fim, o valor da opção é o valor presente para cada preço(s) e tempo (t) que, de acordo com Longstaff e Schwartz (2001), é possível alcançar o valor da opção obtendo-se a média dos fluxos de caixa a valor presente do exercício ideal até o instante inicial para cada simulação. A Equação 6 indica o valor da opção.

$$V_{opção} = \frac{1}{K} \sum_{w=1}^K FC(\omega, t_w^*) \exp(-t_w^* r) \quad \text{Equação (6)}$$

Em que  $FC(\omega, t_w^*)$  = fluxo de caixa a valor presente gerado pelo exercício da opção no instante  $(t_w^*)$  na simulação  $\omega$ ;  $(r)$  = taxa de desconto livre de risco;  $K$  = quantidade de trajetória de preços simuladas;  $(t_w^*)$  = data de exercício ideal da opção na simulação  $\omega$ .

#### 4 PROCEDIMENTOS NUMÉRICOS

Foi visto, nos tópicos anteriores, que uma das alternativas possíveis para precificar o valor da opção é pelo método de simulação de Monte Carlo com mínimos quadrados (LSM), proposta por Longstaff e Schwartz (2001). Esse método utiliza a técnica da regressão de mínimos quadrados ordinários tomando como base os dados fornecidos pela simulação de Monte Carlo.

Depois de demonstrar um grande número de variáveis aleatórias por meio da simulação de Monte Carlo, a evolução da trajetória, a cada (t) de exercício possível, é dada pela regressão com mínimos quadrados ordinários, incluindo as seguintes variáveis:

- as variáveis dependentes (explicativas): um conjunto base de funções que depende dos preços dos ativos subjacentes;
- a variável independente: valor atualizado de pagamentos que se espera receber no futuro.

Portanto, para resolver a equação diferencial parcial (EDP), é utilizada a simulação de Monte Carlo com mínimos quadrados ordinários de Longstaff e Schwartz (2001).

Na mensuração do valor ideal da mina, pode ser adotado inicialmente o modelo com uma variável de estado, o preço do minério (S) que segue um processo de difusão Browniano (MGB). E, também pode ser adotada adicionalmente outra variável de estado, como, por

exemplo, o rendimento de conveniência ( $\delta$ ) que segue um processo de difusão de Orstein-Uhlenbeck.

No levantamento dos dados, é necessário adotar uma metodologia adequada para a estimação dos parâmetros a serem considerados para a composição da simulação de Monte Carlo.

Segundo Schwartz (1997), como os preços à vista podem diferir em razão dos preços em que são formados, os contratos futuros correspondentes serão usados como uma aproximação do preço à vista.

Como sugerido por Gibson e Schwartz (1990), calculam-se os valores do rendimento de conveniência com base na diferença entre os preços à vista e futuro com vencimentos diferentes, ou seja, o rendimento de conveniência será obtido pelo preço à vista corrigido pela taxa de juros CDI menos o valor futuro.

Para estimar os parâmetros da simulação de Monte Carlo, pode ser utilizado o método generalizado de momentos (MGM) de Hansen (1982). Para implementar o método MGM deve-se inicialmente, selecionar um conjunto de instrumentos visando à maior credibilidade nos resultados.

As propriedades do MGM são recomendadas para grandes amostras. Para ser possível a estimação de parâmetros que interessam à pesquisa, é importante que o número de condições de ortogonalidade seja semelhante ao número de parâmetros. Nesse caso, utiliza-se uma matriz de ponderação para as restrições de momentos, com a qual é possível a estimação dos parâmetros no ponto ideal. Para maior aceitabilidade dos resultados, segundo Hansen (1982), é necessário utilizar duas matrizes: uma matriz de ponderação para estimar os parâmetros e outra para estimar os parâmetros de covariância.

A aplicação do método MGM fornecerá os parâmetros para elaborar a simulação de Monte Carlo. É relevante que se siga o método de acordo as características elaboradas por Hansen (1982).

A estimatriz das variáveis instrumentais é um exemplo de uma estimatriz do método MGM. Esse método é apresentado a seguir a partir de Baum, Schafer e Stillman (2002, p. 5-6) que seguem Hansen (1982). Para a distribuição do estimador de MGM, usa-se a Equação 7.

$$V \left( \hat{\beta}_{MGM} \right) = \frac{1}{n} (Q'_{xz} W Q_{xz})^{-1} (Q'_{xz} W S W Q_{xz}) (Q'_{xz} W Q_{xz})^{-1} \text{ Equação (7)}$$

O estimador eficiente de MGM dado pela Equação 8, é o estimador MGM com uma matriz de ponderação  $W$  que minimiza a variação assintótica da estimatriz.

$$\hat{\beta}_{EMGM} = (X'ZS^{-1}Z'X)^{-1}X'ZS^{-1}Z'y \quad \text{Equação (8)}$$

A variação assintótica da estimatriz é dada pela Equação 9.

$$V\left(\hat{\beta}_{EMGM}\right) = \frac{1}{n}(Q'_{XZ}S^{-1}Q_{XZ})^{-1} \quad \text{Equação (9)}$$

O ponto básico do método MGM é aplicar um procedimento de estimação de parâmetros que minimizem as restrições amostrais ponderadas de momentos em condições de ortogonalidade que são derivadas do modelo.

## 5 CONCLUSÃO

A teoria de opções reais tem demonstrado condições favoráveis à avaliação de investimentos com obtenção de resultados que têm aproximação com a realidade dos negócios permitindo a incorporação de flexibilidades gerenciais.

O método tradicional fornece resultados considerados insuficientes para a decisão de investir, pois a avaliação tradicional, por meio somente do fluxo de caixa descontado, não permite a correção no tempo, que é o caso das opções reais.

A literatura atual demonstra que os algoritmos da simulação de Monte Carlo podem ser empregados em diversos projetos de investimentos. Neste artigo, a contribuição foi no sentido de mostrar a aplicabilidade do método de simulação de Monte Carlo com mínimos quadrados ordinários de Longstaff e por Schwartz (2001). Esse método pode fornecer uma estrutura flexível para a avaliação de investimentos por meio da teoria de opções reais.

Como já mencionado, o método LSM tem certas vantagens sobre as principais abordagens numéricas para determinar o valor de opções reais, como o método de diferenças finitas e o método binomial, pois fornece uma ferramenta bastante eficaz e incorpora a flexibilidade gerencial na precificação da opção real em sua avaliação.

Como já salientado neste artigo, a abordagem de opções reais, especificamente com a utilização do método simulação de Monte Carlo com mínimos quadrados ordinários, pode ser expandido em áreas diversas, como: recursos naturais, investimentos industriais, criação de infraestrutura e muitas outras.

Assim, é pertinente destacar o método LSM de Longstaff e Schwartz (2001), porque fornece uma ferramenta flexível e transparente de avaliação de opções reais. Nesse contexto, esse método é um diferencial bastante significativo na avaliação de investimentos.

## **DETERMINANTS OF VALUE: THEORY OF REAL OPTIONS BY MONTE CARLO SIMULATION WITH LEAST SQUARES**

**ABSTRACT:** The study aims to evaluate the investments by economics perspective. The traditional evaluation techniques of investments do themselves the maximization economic guarantee. The best form to approach the evaluation of the projects of investment concern to analyses the succession and flexibilities opportunities. Realize the decision choices about new investments in uncertainties scenes of uncertainties requires evaluation methods based on information. Also consolidated throughout the time and clarity with objectivity of the theory of real options incorporates to management flexibilities. This article approaches the theory of real options and demonstrates the use of the method of simulation Monte Carlo with least – squares of Longstaff and Schwartz (2001), this method is able to value American options with stochastic variables.

**Keywords:** Evaluation. Real options. Flexibility. Simulation Carlo Monte and scenes.

### **REFERÊNCIAS**

BAUM, C. F.; SCHAFFER, M. E; STILLMAN, S. Instrumental variables and GMM: estimation and testing. **Boston: College Economics Working Paper**, 5454, 2002.

BRENNAN, M. J.; SCHWARTZ, E. S. Evaluating natural resource investments. **Journal of Business**, v. 58, n. 2, p. 135-157, 1985.

COPELAND, T. E; ANTIKAROV, V. **Opções reais: um novo paradigma para reinventar a avaliação de investimentos**. Rio de Janeiro: **Campus**, 2001.

DIXIT, P.; PINDYCK, R. S. Investment under uncertainty. **Princeton University Press**, Princeton, New Jersey, 1994.

GIBSON, R.; SCHWARTZ, E. S. Stochastic convenience yield and the pricing of oil contingent claims. **Journal of Finance**, v. 45, n. 3, jul.1990.

HANSEN, L. P. Large sample properties of the generalized method of moments estimators. **Econometrica: Journal of the Econometric Society**, v. 50, n. 4, p. 1029-1054, jul. 1982.

LONGSTAFF, F. A.; SCHWARTZ, E. S. Valuing american options by simulation: a simple least-squares approach. **Review of Financial Studies**, v. 14, n. 1, p. 113-147, 2001.

McDONALD, R. L.; SIEGEL, D.R. Investment and the valuation of firms when there is an option to shut down. **International Economic Review**, v. 26, n. 2, p. 331-349, 1985.

MILLER, L. T.; PARK, C. S. Decision making under uncertainty real options to the rescue? **The Engineering Economist**, v. 47, n. 2, 2002.

MINARDI, A. M. A. F. Teoria de opções aplicada a projetos de investimentos. **RAE – Revista de Administração de Empresas**, abr./jun. 2000.

MYERS, S. C. Determinants of corporate borrowing. **Journal of Financial Economics**, n. 5, p. 147-175, nov.1977.

\_\_\_\_\_; MAJD, S. Abandonment value and project life. **Advances in Futures and Options Research**, v. 4, p. 1-21, 1990.

PINDYCK, R. S. Irreversible investent, capacity choice, and value of the firm. **American Economic Review**, v. 78, n. 5, dec. 1988.

SCHWARTZ, E. S. The stochastic behaviour of commodity prices: implications for valuation and hedging. **Journal of Finance**, v. 52, n. 3, p. 922-973, 1997.

\_\_\_\_\_.; TRIGEORGIS, L. **Real options and investment under uncertainty**: classical readings and recent contributions. Cambridge: MIT, 2001.

SLADE, M. E. Valuing managerial flexibility: an application of real-option theory to mining investments. **Journal of Environmental Economics and Management**, v. 41, p. 193-233, 2001.

TRIGEORGIS, L. **Real options in capital investment**: models, strategies and applications. Westport: Praeger, 1995.

TSEKREKOS, A. E.; SHACKLETON, M. B.; WOJAKOWSKI, R. Evaluating natural resource investments using the least-square Monte Carlo simulation approach. **Thannual Real Options Conference**, Washington D.C., U.S.A, 2003.

Originais recebidos em: 04/09/2011

Aceito para publicação em: 22/08/2012