

APLICAÇÃO DA PROGRAMAÇÃO DE GEOMÉTRICA GENÉTICA NA OTIMIZAÇÃO DE PERFIS DE VIGAS

Luis Alberto Gómez^{*}

Antônio Carlos de Souza^{**}

David Lemos^{***}

Ângela do Valle^{****}

Poliana Dias de Moraes^{*****}

Resumo

Este artigo mostra a aplicação da técnica de programação de geometria genética, uma derivação da técnica dos algoritmos genéticos, na resolução de um problema de otimização geométrica. A otimização buscou o perfil ótimo de uma viga de seção constante bi apoiada, submetida ao peso próprio e uma carga concentrada. Procura-se obter um perfil que tenha a maior resistência mecânica com o menor peso próprio (menor área da seção transversal) possível. O modelo foi implementado em planilha eletrônica Excel e o algoritmo de otimização foi o “GA Optimization for Excel”. Os resultados obtidos foram condizentes com as seções de vigas comerciais utilizadas na indústria aeronáutica.

Palavras Chave: Programação Genética Geométrica. Cálculo de Vigas.

^{*} Departamento de Engenharia Civil da UFSC, luis.gomez@ufsc.br

^{**} Departamento de Expressão Gráfica da UFSC, souza@cce.ufsc.br

^{***} Departamento de Expressão Gráfica da UFSC, david@cce.ufsc.br

^{****} Departamento de Engenharia Civil da UFSC, angela.valle@ufsc.br

^{*****} Departamento de Engenharia Civil da UFSC, poliana.moraes@ufsc.br

1 INTRODUÇÃO

Os algoritmos genéticos (AG) tem se mostrado como uma boa ferramenta de otimização (HEITKOTTER, J. BEASLEY, D, 2000; SCHREYER A., 2005; GOLDBERG D, 1989), com vantagens sobre os métodos tradicionais especialmente em problemas não lineares. Um único algoritmo pode abordar, com pequenas modificações, qualquer tipo de problema de otimização. Uma das principais críticas ao uso de AG é que estes não garantem uma solução ótima, mais na maioria dos casos fornecem uma solução boa, baseada na tentativa de milhões de combinações possíveis.

Muitos autores atacaram o problema do crescimento de formas geométricas e de movimento utilizando os AG (SIMS, K., 1994a; SIMS, K. 1994b), incluindo restrições, tais como gravidade, atrito, colisões, etc. para simular comportamentos mais realísticos.

Alguns autores (KOZA, J., KEANE, M. STREETER, M., 2003; KOZA, J., 1992) levam o conceito de evolução dos AG para o campo do design de mecanismos e circuitos, a partir de agrupações aleatórias de partes e regras de desempenho. Estas agrupações evoluem até sistemas utilizáveis e patenteáveis. Dentro do conceito dos AG os autores têm proposto a Programação de Geométrica Genética (PGG) (FIALHO, F. A. P., GÓMEZ, L., 2012; GÓMEZ, L. A., 2006), que permite a otimização de formas (seções e volumes) de peças e equipamentos submetidos a determinados esforços e restrições. Neste trabalho, uma implementação da PGG foi realizada para verificar o perfil ótimo de vigas utilizadas na construção civil e na indústria aeronáutica. Foram consideradas vigas prismáticas bi apoiadas, submetidas ao peso próprio e cargas concentradas. O objetivo é evoluir no perfil da forma até encontrar a seção da viga de maior resistência mecânica com o menor peso próprio, e comparar os resultados com os perfis de vigas comerciais.

2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

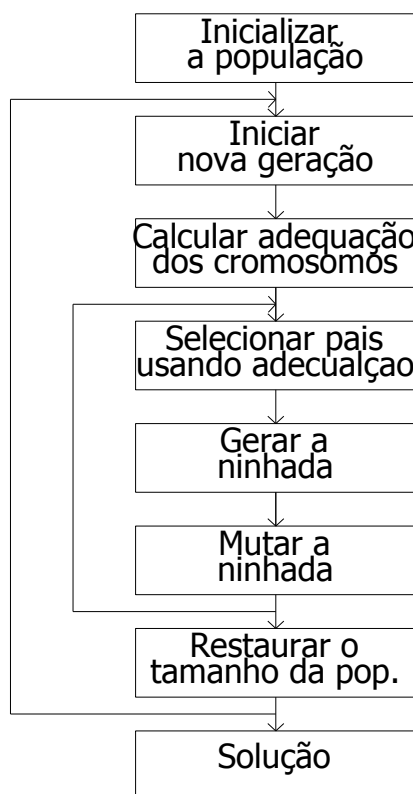
2.1 Algoritmos genéticos:

Os algoritmos genéticos (AG) foram desenvolvidos por Holland (1975) como uma técnica de busca, na qual a população de pontos de busca, evolui a partir de variações e seleções aleatórias.

Os AGs estão baseados nos princípios biológicos da evolução. Em processos de otimização, representam uma alternativa interessante aos métodos tradicionais de gradiente, especialmente em casos não lineares. Não requerem continuidade nas funções a serem otimizadas, e um mesmo algoritmo pode atacar numerosos problemas de diferentes situações.

Os AGs podem ser descritos na seguinte sequência de operações mostrada na figura 1:

Figura 1: Algoritmo de implementação dos AGs



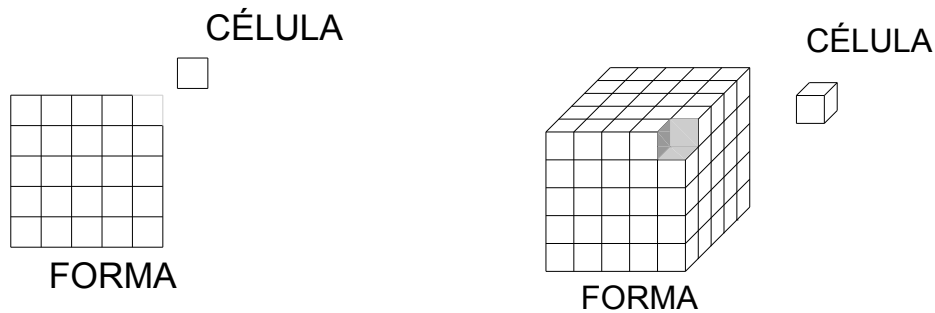
Fonte: Os autores

2.2 Programação Geometria Genética:

O algoritmo genético pode alterar a forma adicionando ou retirando células evoluindo até a forma final. A presença ou ausência de uma determinada célula na forma final depende da sua influência na função de *fitness*.

A ideia é definir uma forma, bi ou tridimensional, composta por um determinado número de células (quadradas ou cúbicas), ordenadas em uma matriz (figura 2).

Figura 2: Formas e células bi e tridimensionais

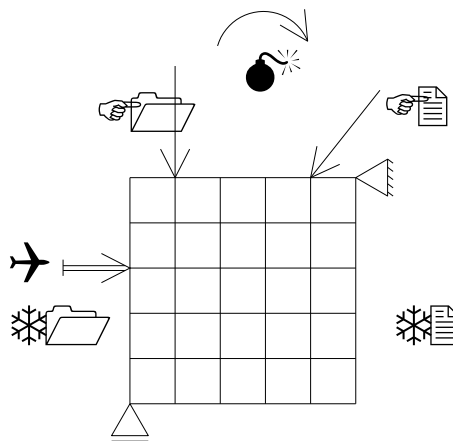


Fonte: Os autores

Mesmo trabalhando com formas bi ou tridimensional, cada célula pode ter uma dimensão maior. As novas dimensões podem representar características físicas do material (modulo de elasticidade, peso, condutibilidade elétrica, permeabilidade magnética etc.) ou outras propriedades como, por exemplo, o preço.

A função de *fitness* a ser minimizada ou maximizada, deve depender da geometria da forma. Esta geometria é a que define a evolução de uma geração para a seguinte. A função de *fitness* pode ser a resposta da forma a esforços mecânicos, térmicos etc.

Figura 3: Exemplo de função objetivo em formas



Fonte: Os autores

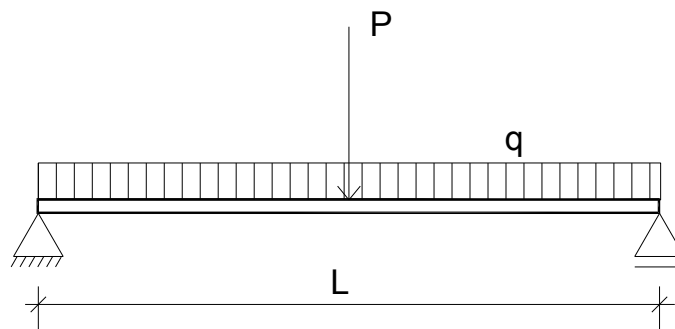
É evidente que quanto maior for o número de células maior será a precisão na definição da forma.

Como exemplo, uma forma bidimensional definida em uma matriz 5x5, com duas possibilidades por célula (a célula está ou não está na forma) resulta em 2 elevado a 25 possibilidades. Esta configuração faz que este tipo de problema seja difícil de ser resolvido por algoritmos convencionais. Nestas situações é conveniente buscar algum tipo de simetria para diminuir o número de alternativas.

2.3 Vigas

São elementos estruturais, geralmente solicitados a esforços associados à flexão. Na sua expressão mais simples são isostáticas e bi apoiadas, sendo um apoio de segunda ordem (restringe movimento de translação em duas direções, mais permite rotação) e o outro, de primeira ordem (restringe translação em uma direção). Para fim deste trabalho vamos supor a presença de uma carga concentrada P no centro do vão e a carga uniformemente distribuída q que representa o peso próprio da viga (figura 4).

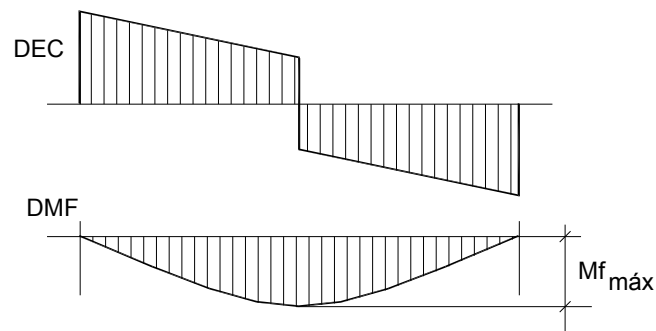
Figura 4: Viga bi apoiada com peso próprio e carga concentrada



Fonte: Os autores

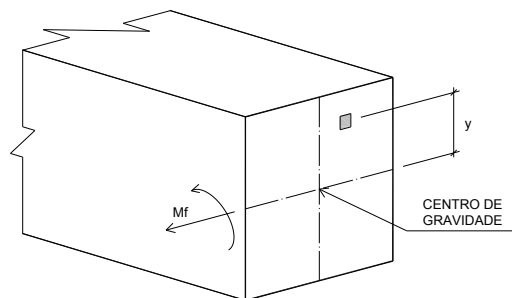
Os diagramas dos esforços internos solicitantes da viga, esforços cortantes e momentos fletores são mostrados na figura 5.

Figura 5: Diagramas dos esforços cortantes e dos momentos fletores



Fonte: Os autores

Figura 6: Determinação da tensão num ponto da viga



Fonte: Os autores

Considerando a convenção de parâmetros para uma viga prismática com seção transversal constante mostrada na figura 6, a tensão normal à seção transversal em um ponto da seção devida ao momento fletor está dado por:

$$\sigma = \frac{M_f y}{I}$$

Onde:

σ = tensão

y = distância vertical do ponto ao centro de gravidade da seção

I = momento de inércia da seção em relação ao centro de gravidade

Como a seção da viga é constante, a tensão máxima devida ao momento fletor, ocorre nos pontos da viga mais afastados do centro de gravidade. Isto nos leva a

$$\sigma_{m\acute{a}x} = \frac{M_{f\acute{m}a\acute{x}}y_{m\acute{a}x}}{I}$$

Como a seção é constante ao longo da viga, $Y_{m\acute{a}x}/I$  constante para a viga. Isto resulta em um Módulo Resistente da seção $W = I/Y_{m\acute{a}x}$

O critério de ruptura adotado é a condição da viga apresentar tensões normais atuantes inferiores  tensão admissível do material constituinte, isto é $\sigma_{m\acute{a}x} < \sigma_{adm}$ o que permite inferir que para um mesmo material, uma viga com maior W estará submetida a tensões atuantes menores.

A pergunta a ser respondida é: considerando vigas do mesmo material, qual a seção da viga mais eficiente com menor peso (implicando em menor consumo de material e mais barata) para suportar os mesmos esforços internos?

A pergunta não é trivial, já que existem infinitas seções diferentes, que podem suportar os esforços internos, porem com diferentes pesos entre si.

O problema reduz-se a encontrar dentre todas as seções possíveis aquela com simultaneamente possuem o maior módulo de resistência e menor área transversal.

2.4 Programa

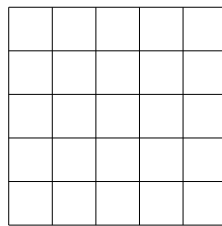
O programa utilizado para implementar o algoritmo genético é o **GA Optimization for Excel** (SCHREYER A. C., 2011), que permite utilizar a planilha de cáculo Excel para montar o problema a ser otimizado. A implementação livre permite trabalhar com 5 variáveis e 5 restrições, sendo possível maximizar, minimizar ou atingir uma determinada meta. A implementação da otimização via algoritmos genético é muito superior ao SOLVER interno do Excel, especialmente em problemas não lineares e complexos.

3 METODOLOGIA

3.1 Geometria

A seção transversal das vigas será definida usando uma matriz de elementos. Inicialmente, para fim de abordar o problema usou-se uma matriz de 5x5 elementos, o que dá 2^{25} ou 32768 seções diferentes. Com o objetivo de reduzir o problema foram assumidas vigas simétricas em relação ao eixo vertical, limitando o problema a 2^{15} possibilidades (figura 7).

Figura 7: Matriz dos elementos



Fonte: Os autores

3.2 Procedimento

Para facilitar o cálculo usa-se um programa VBA - Excel que gera 2^{15} seções de vigas, calculando a área e o módulo de resistência de cada seção. A diferença de uma viga para a seguinte é a adição ou retirada de uma unidade de material. Posteriormente se usa o *addindo* GA Optimization for Excel que permite rodar o algoritmo genético.

A função objetivo a ser maximizada é:

$$F(\text{da forma}) = W/\text{Área}$$

A variável foi o número da seção da viga. Observar que entre uma viga e a seguinte a diferença é só o acréscimo ou a retirada de uma célula de uma unidade de área.

3.3 Algoritmo genético: variáveis, função objetivo

A imagem planilha Excel, onde o algoritmo descrito foi implementado, é mostrada na figura 8.

Figura 8: Planilha Excel com a implementação do algoritmo

Nro	Área [u²]	Ygc [u]	Igx [u⁴]	Ymax [u]
1	2.00	0.50	0.08	1.00
2	2.00	0.50	0.08	1.00
3	4.00	0.50	0.17	1.00
4	1.00	0.50	0.08	1.00
5	3.00	0.50	0.17	1.00
6	3.00	0.50	0.17	1.00
7	5.00	0.50	0.25	1.00
8	2.00	1.50	0.08	0.50
9	4.00	1.00	1.17	0.88
10	4.00	1.00	1.17	0.88
11	6.00	0.83	1.58	0.92
12	3.00	1.17	0.83	0.83

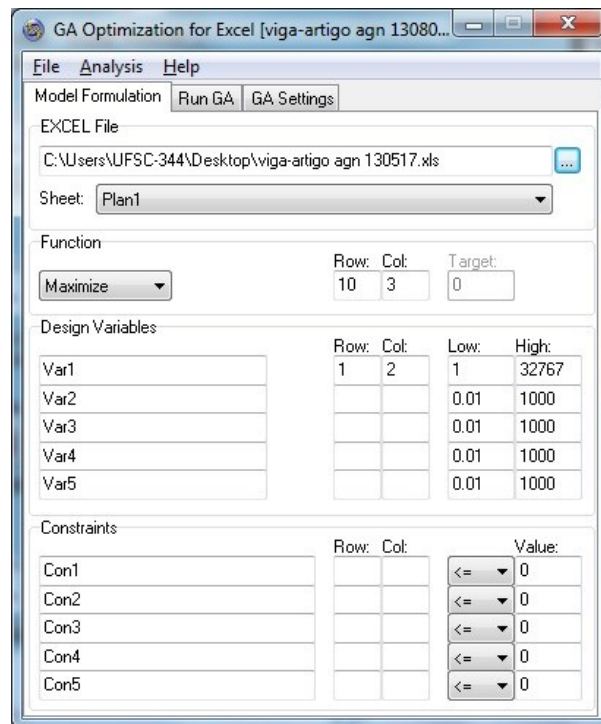
Fonte: Os autores

A célula B1 da planilha identifica o número da viga sendo avaliada, a imagem da seção da viga em análise aparece no range G3:K7. As colunas C5 até C9 apresentam respectivamente a área da seção, a distância ao centro de gravidade, o momento de inércia da seção e a maior distância da célula mais afastada do centro de gravidade e o módulo resistente da seção. Os parâmetros são expressos com unidade genérica que corresponde à medida do lado da célula e é representada pela letra u. A função a ser maximizada é o módulo resistente dividido pela área que está representado na célula C10.

O range A13: E32779 apresenta o número da viga, a área, o momento de inércia e o módulo resistente das 2¹⁵ vigas geradas.

A figura 9 mostra a formulação do modelo a ser otimizado, indicando o tipo de otimização (maximizar, minimizar etc.) a célula que contém a função a ser otimizada e as variáveis independentes.

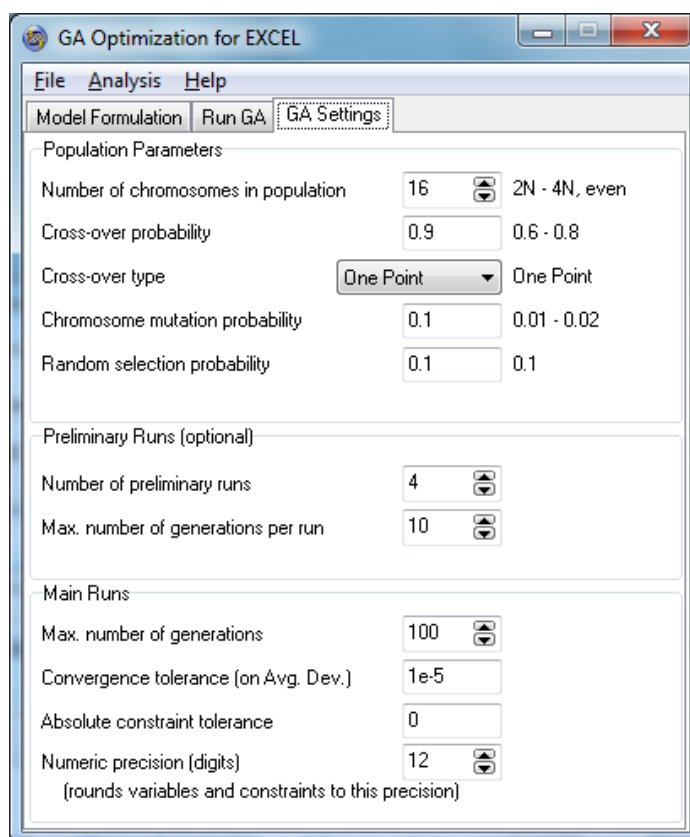
Figura 9: Parâmetros do modelo a ser otimizado



Fonte: Os autores

A figura 10 mostra os parâmetros próprios do algoritmo genético, tais como tamanho da população, número de cromossomos, probabilidade de *cross-over*, probabilidade de mutação etc.

Figura10: Parâmetros do algoritmo genético



Fonte: Os autores

4 RESULTADOS E DISCUSSÕES

O processo de otimização testou diferentes tamanhos de população, diferentes probabilidades de *cross-over* e de mutação, chegando a resultados similares em cada simulação. O resultado final do processo de otimização está mostrado na figura 11. Observa-se que só há material nos elementos superiores e inferiores (mesas da viga). Se comparado com o tradicional perfil “I” (figura 12) de vigas é possível notar a ausência da alma do perfil. Destaca-se que no algoritmo de otimização, não foi colocada nenhuma restrição que indicasse a necessidade de elementos que funcionassem como a alma da viga. Não foram comparados perfis comerciais tipo “U” ou “Caixão” à seção otimizada da figura 11 porque comprovadamente o perfil “I” tem desempenho superior para os carregamentos propostos.

Figura 11: Seção Otimizada

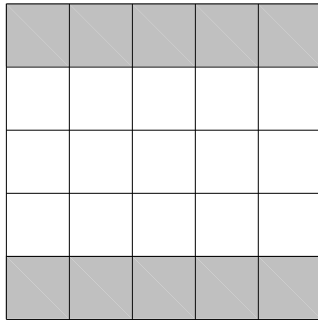
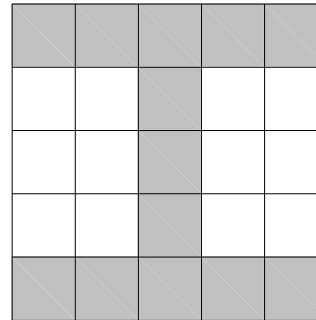


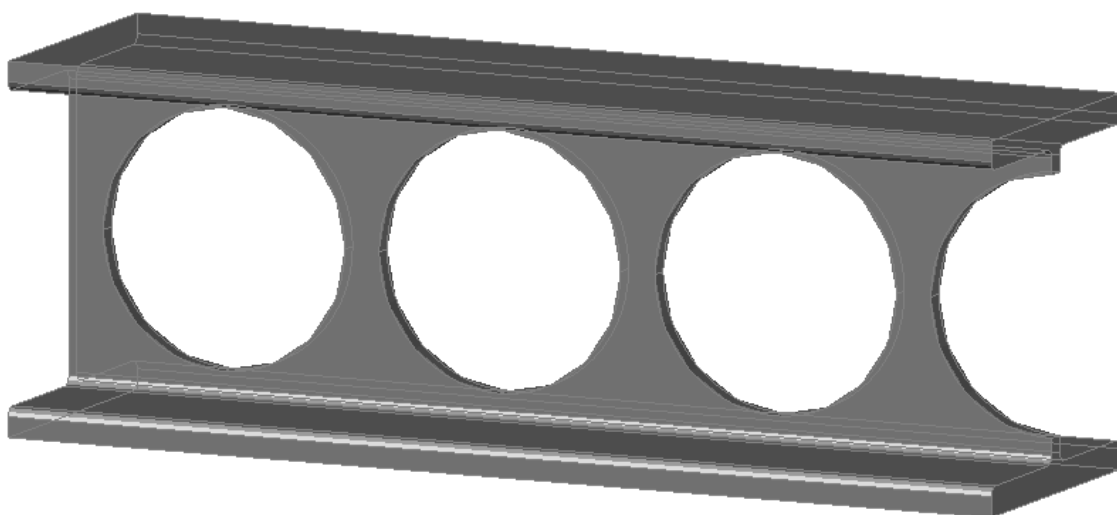
Figura 12: Seção "I" Comercial



Fonte: Os autores

Uma reflexão um pouco mais profunda, a cerca da seção otimizada, nos leva a perfis utilizados na indústria aeronáutica, nos quais as almas das vigas possuem perfurações para diminuir o peso, ao mesmo tempo em que proporciona a ligação entre as duas mesas da viga (figura 13). No caso das seções de vigas de perfil "I" comercial observa-se que a espessura da alma é quase a metade da espessura das mesas. Todos os detalhes citados destes perfis são coerentes com a busca de menor peso do perfil e a disposição de material nas posições que é necessário para resistir aos esforços internos.

Figura 13: Perfil de uma viga utilizada na indústria aeronáutica



Fonte: Os autores

5 CONCLUSÕES

O artigo mostra a aplicabilidade da Programação Geométrica Genética, para resolver problemas de engenharia.

Mesmo que o experimento tenha sido limitado a uma matriz a uma de 5x5 elementos, adotada viga simétrica e elaborado um pré-cálculo dos momentos de inércia, o que conduz a uma solução que possa ser encontrada por “força bruta”, o método proposto pode ser usado sem a imposição destas limitações.

A solução encontrada, partindo de uma forma livre, de carregamento simples e limitando somente as tensões máximas normais à seção transversal e a relação entre o módulo de resistência e a área ($W/\text{Área}$), aproxima-se à configuração de perfis comerciais do tipo “I” e de vigas estruturais utilizadas em aeroplanos e dirigíveis.

Um passo seguinte seria definir materiais diferentes para cada elemento (resistência mecânica diferente, peso próprio variado, variações no custo etc.), buscando projetar uma viga composta leve e econômica.

Artigo recebido em 09/09/2013 e aceito para publicação em 30/10/2013

GENETIC GEOMETRIC PROGRAMMING APPLIED IMPLEMENTATION OF GEOMETRIC PROGRAMMING IN BEAMS PROFILE OPTIMIZATION

Abstract

This article shows the application of the technique of geometric genetic programming, a derivation of the technique of genetic algorithms in solving a geometric optimization problem. The optimization sought the optimal profile of a beam of constant section b_i supported, subjected to own weight and a concentrated load. Looking to obtain a profile that has the highest strength with the lowest self-weight (less cross-sectional area) as possible. The model was implemented in an Excel spreadsheet and the optimization algorithm was the "GA

Optimization for Excel". The results were consistent with the commercial sections of beams used in the aircraft industry.

Key words: Genetic Geometric Programming. Beam Profile.

REFERÊNCIAS

HEITKOTTER. J. BEASLEY, D., **The Hitch-Hiker's Guide to Evolutionary Computation**, <http://www.cse.dmu.ac.uk/~rij/gafaq/top.htm> , acessado em 2013

SCHREYER A., **Thermal and structural stud wall design optimization in excel using genetic algorithms**, MIE 616 " Optimization in Engineering Design" May 16th, 2005, Amherst, MA

GOLDBERG D., **Genetic Algorithms in Search, Optimization & Machine Learning**, Ed Addison Wesley, 1989.

SIMS K., **Evolving 3D Morphology and Behavior by Competition** *Artificial Life IV Proceedings*, ed. by R. Brooks & P. Maes, MIT Press, 1994, pp28-39.

SIMS K.,**Evolving Virtual Creatures** (SIGGRAPH '94 Proceedings), July 1994, pp.15-22

KOZA, J., KEANE, M. STREETER, M. **Evolving Inventions**. Scientific American 2003 pp52- 59

KOZA, J., **Genetic Programming: On the Programming of Computers by Means of Natural Selection**. MIT Press, 1992.

FIALHO F.A.P., GÓMEZ L. A., **Reinventing the wheel, or evolving to the wheel**. In: International Journal of Knowledge Engineering and Management V1. N.1 (2012)

GÓMEZ, L. A.. **Programação Genética Geométrica**. 2006, Brasil. Patente: Privilégio de Inovação. Número do registro: 0000220606012068.

HOLLAND, J. H., **Adaptation in Natural and Artificial Systems**, Ann Arbor, MI: University of Michigan Press, 1975

SCHREYER A. C., **GA Optimization for EXCEL**, Version: 1.2, Página de internet <http://www.alexschreyer.de/projects/xloptim/> acessado em Jul 2013